

Macroéconomie de la Croissance

Fonction de production et progrès technique

Chahir Zaki

Paris 1/FESP

Premier semestre, 2013

1 Rappel

- Fonctions de production
- Taux marginal de substitution
- Elasticité de substitution
- Rendements d'échelle

2 Formes de fonction de production

- Cobb-Douglas
- CES

3 Le progrès technique

- Définition du progrès technique
- Incorporation du progrès technique
- Neutralité du progrès technique
- Endogénéisation du progrès technique
- Mesures du progrès technique

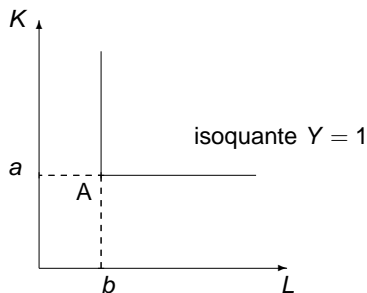
- 1 Rappel
 - Fonctions de production
 - Taux marginal de substitution
 - Elasticité de substitution
 - Rendements d'échelle
- 2 Formes de fonction de production
 - Cobb-Douglas
 - CES
- 3 Le progrès technique
 - Définition du progrès technique
 - Incorporation du progrès technique
 - Neutralité du progrès technique
 - Endogénéisation du progrès technique
 - Mesures du progrès technique

Fonctions de production

Une fonction de production F associe à des quantités de facteurs de production, travail et capital, la quantité de bien maximale qu'il est possible de produire pour un état donné de la technologie $Y = F(K, L)$.

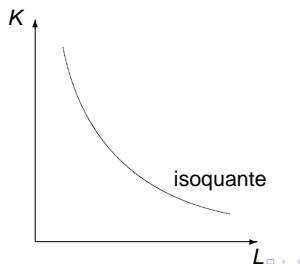
Facteurs complémentaires

- La fonction de production est dite à facteurs complémentaires lorsqu'il n'est possible de combiner les facteurs de production que dans une certaine proportion $Y = \min(\frac{K}{a}, \frac{L}{b})$.
- Pour produire chaque unité de biens, il est nécessaire d'utiliser au minimum a unités de capital et b unités de travail.
- Les productivités du capital et du travail sont constantes et égales à $1/a$ et $1/b$.



Facteurs substituables

- Une fonction est à facteurs substituables s'il est possible de remplacer un facteur de production par un autre tout en maintenant la production constante.
- Fonction de production à $Y = F(K, L)$ F est continue et dérivable 2 fois:
 - $F'_K > 0$ et $F'_L > 0$
 - $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} \leq 0$ et $\frac{\partial^2 F}{\partial L^2} \leq 0$



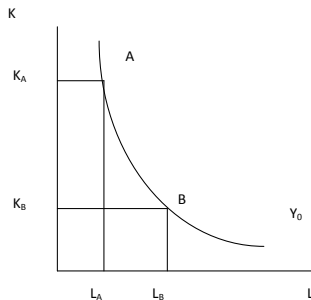
Taux marginal de substitution

- Le taux marginal de substitution donne la quantité d'un facteur qu'il faut substituer à un autre pour laisser constant le niveau de la production. $dY = 0$.
- Calcul: différentielle totale de la fonction de production $Y = F(K, L)$

$$\begin{aligned} Y &= F(K, L) \\ dY &= \frac{\partial Y}{\partial L} dL + \frac{\partial Y}{\partial K} dK = 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial L} dL &= -\frac{\partial Y}{\partial K} dK \\ \frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{\partial Y}{\partial K}} &= -\frac{dK}{dL} \\ TMS &= -\frac{dK}{dL} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{\partial Y}{\partial K}} = \frac{w/p}{r/p} \end{aligned}$$

Taux marginal de substitution

- Le signe négatif indique que pour maintenir la quantité produite une diminution de L doit être compensée par une hausse de K .
- Plus le TMS est élevé (en valeur absolue), plus il faut de capital pour remplacer une unité de travail "perdue" (la substitution est difficile). Ceci est lié à la décroissance de la productivité marginale des facteurs.
- Le long d'une isoquante, en passant de B vers A , le TMS augmente (en v.a.)



Elasticité de substitution

- Elle mesure l'intensité de la variation du rapport de ces deux facteurs suite à une modification de leur taux marginal de substitution.
- Hypothèse de rémunération des facteurs à leur productivité marginale où r est le coût nominal du capital, w taux de salaire nominal et p niveau des prix.

$$\sigma_{KL} = \frac{d \ln(K/L)}{d \ln(TMS)}$$
$$\sigma_{KL} = \frac{d \ln(K/L)}{d \ln(w/r)} = - \frac{d \ln(K/L)}{d \ln(r/w)}$$

$$Y = F(K, L)$$

- constants: si $\lambda = 1$, $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$
- croissants: si $\lambda > 1$, $F(\lambda K, \lambda L) > \lambda F(K, L)$
- décroissants: si $\lambda > 1$, $F(\lambda K, \lambda L) < \lambda F(K, L)$

Théorème d'Euler: Cas des rendements d'échelle constants

$$K \frac{\partial Y}{\partial K} + L \frac{\partial Y}{\partial L} \equiv Y$$

Théorème de l'épuisement du produit: signifie que lorsque les facteurs de production sont rémunérés selon leur productivité marginale en valeur, alors le produit total est entièrement épuisé (ou réparti) dans la rémunération des facteurs, travail et capital.

1 Rappel

- Fonctions de production
- Taux marginal de substitution
- Elasticité de substitution
- Rendements d'échelle

2 Formes de fonction de production

- Cobb-Douglas
- CES

3 Le progrès technique

- Définition du progrès technique
- Incorporation du progrès technique
- Neutralité du progrès technique
- Endogénéisation du progrès technique
- Mesures du progrès technique

Voir cours

Voir cours

1 Rappel

- Fonctions de production
- Taux marginal de substitution
- Elasticité de substitution
- Rendements d'échelle

2 Formes de fonction de production

- Cobb-Douglas
- CES

3 Le progrès technique

- Définition du progrès technique
- Incorporation du progrès technique
- Neutralité du progrès technique
- Endogénéisation du progrès technique
- Mesures du progrès technique

Définition du progrès technique

Progrès technique :

- permet, à inputs (capital et travail) donnés, d'obtenir, au cours d'une période, un accroissement de l'output ;
- permet d'obtenir, au cours d'une période, le même output avec moins de facteurs
- Déformation temporelle des possibilités de production

$$Y_t = F(K_t, L_t, t)$$

- Progrès technique non incorporé (ou autonome): s'applique uniformément à toutes les ressources en hommes et en machines, indépendamment de l'âge des machines et de leur date d'installation, et de l'âge des travailleurs.
- Progrès technique incorporé : s'applique seulement à certaines parties de l'équipement en capital ou à certaines générations de travailleurs: les plus récentes. Le capital et le travail ne sont plus homogènes mais sont composés de générations successives.

Cas du progrès technique non incorporé:

- Le progrès technique porte sur le travail ou économise le travail s'il existe une suite croissante A_t (avec $A_0 = 1$) telle que $F(K_t, L_t, t) = F(K_t, A_t L_t)$ avec L_t : travail effectif et $A_t L_t$: le travail efficace
- Le progrès technique porte sur le capital s'il existe une suite croissante B_t (avec $B_0 = 1$) telle que $F(K_t, L_t, t) = F(B_t K_t, L_t)$
- Le progrès technique porte sur la production s'il existe une suite croissante C_t (avec $C_0 = 1$) telle que $F(K_t, L_t, t) = C_t F(K_t, L_t)$

Neutralité du progrès technique

La neutralité du progrès technique recouvre les formes de PT telles que “l’équilibre” entre capital et travail reste inchangé au cours du déplacement temporel de la fonction de production. Au cours de ce déplacement, on peut:

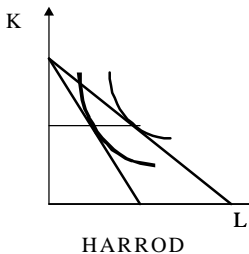
- obtenir un produit plus élevé avec des quantités de facteurs K_t et L_t données
- obtenir un produit donné avec des proportions de facteurs différentes.

→ Dans ce cas, peuvent être modifiés le rapport capitalproduit K_t/Y_t , la productivité moyenne du travail Y_t/L_t et/ou l’intensité capitalistique K_t/L_t . Un progrès technique neutre est un progrès technique qui ne modifie pas certaines de ces grandeurs.

Neutralité du progrès technique: Harrod

Le progrès technique neutre au sens de Harrod:

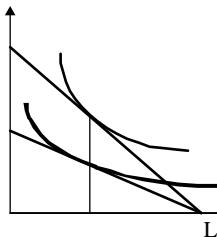
- porte sur le travail: l'efficacité du travail augmente d'où augmentation des salaires, baisse du niveau de travail pour une même production.
- Economise le travail et permet une croissance au cours de laquelle le rapport capital-produit reste inchangé quand le taux d'intérêt réel qui mesure le coût réel du capital, est inchangé.



Neutralité du progrès technique: Solow

Le progrès technique neutre au sens de Solow:

- porte sur le capital: l'efficacité du capital augmente d'où rémunération du capital augmente, baisse du niveau de capital pour une même production.
- Economise le capital et permet une croissance au cours de laquelle le produit par tête reste inchangé quand le taux de salaire réel est inchangé.

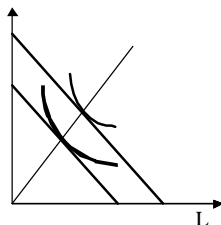


SOLOW

Neutralité du progrès technique: Hicks

Le progrès technique neutre au sens de Hicks:

- porte sur la production: l'efficacité du travail et celle du capital augmentent simultanément dans des proportions identiques, et avec une rémunération semblable. Pour une même production, le besoin des deux facteurs diminue.
- À proportion des facteurs inchangée (K_t/L_t constant), la répartition reste inchangée. Autrement dit, ceci n'a pas d'effet sur la répartition des revenus.



HICKS

Neutralité du progrès technique: Cas Cobb-Douglas

Dans le cas Cobb-Douglas, les trois formes de neutralité sont équivalentes : on peut considérer au choix que le progrès technique porte sur le travail, le capital ou le produit. $Y = K^\alpha (e^{\gamma t} L)^\beta = (e^{\frac{\beta \gamma t}{\alpha}} K)^\alpha L^\beta = e^{\beta \gamma t} K^\alpha L^\beta$.

Le taux du progrès technique:

- portant sur le travail est γt
- portant sur le capital est $\frac{\beta \gamma t}{\alpha}$
- augmentant le produit est $\beta \gamma t$

Neutralité du progrès technique: le cas réaliste

Sur longue période, le cas réaliste est celui d'un PT portant sur le travail, neutre au sens de Harrod. Alors :

- le salaire réel croît au taux du progrès technique.
- le cot réel du capital est constant
- le rapport travail-produit décroît au taux du progrès technique (i.e. la productivité du travail croît au taux du PT).
- le rapport capital-produit est constant .
- le partage salaires-profits (la répartition) est constant

Neutralité du progrès technique: le cas réaliste

Pourquoi au sens de Harrod?

- **Raison empirique:** Kaldor 1961 a prouvé que
 - la production par tête Y/L croît de manière continue
 - le capital par tête K/L est croissant
 - le taux de rendement du capital est constant
 - le ratio capitalproduit K/Y est constant
 - les parts du capital et du travail dans le revenu national sont constantes
 - les pays ont des taux de croissance de la productivité du travail différents

→ La définition de la neutralité au sens de Harrod impose une déformation de la fonction de production au cours du temps conforme à ces faits stylisés. Donc, l'effet du progrès technique est d'augmenter y , k , w , et de laisser inchangé K/Y et R .

- **Raison théorique:** c'est le seul cas compatible avec l'existence d'un état régulier, i.e. avec des taux de croissance des différentes quantités constants à long terme.

Endogénéisation du progrès technique

- Ici on essaie d'endogénéiser le progrès technique qui était considéré comme étant exogène, résiduel et inexpliqué (théories de la croissance endogène).
- Les sources de ce progrès:
 - Investissements publics (R. Barro): des dépenses publiques d'infrastructure (école, bâtiment, route, etc.) qui augmentent la productivité des agents privés.
 - Progression du niveau des connaissances (P. Romer): L'État doit prendre en charge des dépenses de recherche qui sont non-profitables pour un agent privé.
 - Apprentissage par la pratique (learning by doing, K. Arrow): se réfère à la capacité des travailleurs à améliorer leur productivité en répétant régulièrement le même type d'action. L'augmentation de la productivité est atteinte par la pratique, l'auto-perfection et par des innovations.

- Hicks 1932 : effet prix (le PT économise le facteur le plus cher). Pas de fondement micro solide.
- Acemoglu: a initié une littérature récente, avec fondements micro et portant sur l'effet de taille du marché.
 - Les innovations ont lieu dans les secteurs d'exportations importants (ex. des médicaments, développés pour les maladies des riches).
 - Le progrès technique biaisé (Skill-biased technical change, Acemoglu 1998): où il explique l'augmentation des inégalités salariales aux USA dans les années 80, en dépit de l'augmentation de la part du travail qualifié.

Tout le monde gagne-t-il au progrès technique?

- Peur que la machine ne remplace l'homme et crée du chômage.
- Par définition, le progrès technique implique qu'on a besoin de moins de travailleurs pour produire la même chose. Mais la production augmente, de nouveaux secteurs, de nouveaux besoins apparaissent et se développent.
- Alfred Sauvy: critiquait l'idée que le progrès technique est l'ennemi de l'emploi.

Donc,

- A long terme: le progrès technique crée des emplois.
- A court terme: il en détruit inévitablement. Donc, il faut gérer le problème de transition, des qualifications qui deviennent obsolètes. Intérêt d'une formation générale solide.

Comptabilité de la croissance et résidu de Solow (Solow, 1957; Deison, 1962 et 1967)

- Fonction de production : $Y_t = A_t F(K_t, L_t) = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$
- Deux hypothèses :
 - ① Concurrence parfaite facteurs rémunérés à leur productivité marginale
 - ② Rendements d'échelle constants

$$g_Y = g_A + \alpha g_K + (1 - \alpha) g_L$$

$$g_A = g_Y - \alpha g_K - (1 - \alpha) g_L$$

Donc, le taux de croissance de la productivité g_A est le seul terme inobservable et on l'obtient comme résidu.

Mesures du progrès technique: Exemple

On prend $\alpha = 1/3$ et on suppose $g_K = 3\%$, $g_L = 1\%$, $g_Y = 4\%$
Y a-t-il eu dans cette économie des gains de productivité?

- Gain de productivité du capital: $g_{Y/K} = g_Y - g_K = 1\%$
- Gain de productivité du travail: $g_{Y/L} = g_Y - g_L = 3\%$
- Gain de productivité totale des facteurs (TFP) :
 $g_A = g_Y - \alpha g_K - (1 - \alpha)g_L = \alpha g_{Y/K} + (1 - \alpha)g_{Y/L} = 2.33\%$

Mesures du progrès technique: Critiques

- Empiriquement, le résidu est très élevé (de l'ordre de la moitié du taux de croissance du PIB).
- Explications:
 - Qualité du facteur travail
 - Concurrence imparfaite
 - Ouverture commerciale
 - Décomposition du capital

$g_Y = g_A + \alpha_{tic}g_{Ktic} + \alpha_{ntic}g_{Kntic} + \alpha_L(g_L + g_q)$ où K_{tic} capital relatif aux technologies de l'information et de la communication, K_{ntic} autres formes de capital, L quantité de travail (heures travaillées) et q qualité du travail

$$\alpha_{tic} + \alpha_{ntic} + \alpha_L = 1$$

Du PIB par habitant à la productivité du travail

- PIB: Y
- Population totale: P
- Population en age de travailler (15-64 ans): xP
- Taux de participation (des 15-64 ans): y
- Population active: yxP
- Taux de chômage: u
- Emploi : $N = (1 - u)yxP$
- Durée moyenne de travail (heures par an): h
- Nombre d'heures travaillées: $L = hN = h(1 - u)yxP$

Donc:

- PIB par habitant: Y/P
- Productivité horaire du travail: $Y/L = \frac{Y}{h(1-u)yxP}$

Cas de l'Égypte: Herrera et al. (2010)

- D'après les matrices de comptabilité sociale, la part de travail dans le revenu national est de 32% à 36%, on utilisé 40%.
- Donc la part de capital est 60%. C'est une économie intensive en capital.
- Ceci est important pour comprendre pourquoi l'économie égyptienne a été négativement affecté par la crise.

**Table 4 - Contribution to Growth
by Factor Accumulation and TFP Growth**

<i>Period average</i>	1991-1998	1999-2004	2005-08
		<i>percent</i>	
Human Capital	0.22	3.18	2.32
Physical Capital	1.94	2.42	3.36
TFP	1.79	-1.49	0.7
GDP growth rate	3.9	4.1	6.4

Source: Authors' calculations

**Table 2 – Contribution to Growth
by Demand Components**

<i>Period average</i>	1991-1998	99-2004	2005-08
	<i>percent</i>		
Consumption	144.7	63.3	44.5
Private Consumption	127.4	54.7	40.5
Public Consumption	17.3	8.6	3.9
Investment	-52.8	20.2	49.7
Private Investment	50.6	-13.6	11.4
Public Investment	-67.8	29.9	40.9
Exports	33.8	36.8	147.1
Imports	25.8	20.3	141.3
GDP	100	100	100

*Source: Authors' calculations from the Ministry of
Economic Development data*

- Cours de Katheline Schubert, Paris 1.
- Chapitre 1, “La croissance: Théories et Régularités empiriques”, JOH.
- The production function, “Mathematical economics”, Alpha Chiang.