

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: [30 درجة]

لفرض نموذج الإنحدار الخطي التالي:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i; \quad i = 1, 2, \dots, T$$

حيث أن الأخطاء (u_i) تحقق الشروط التالية:

$$E(u_i) = 0; \quad E(u_i^2) = \sigma_u^2; \quad E(u_i u_j) = 0 \quad \forall i \neq j; \quad E(u_i X_i) = 0$$

المطلوب:

1. إثبت أن مقدرات المربعات الصغرى العادية (OLS) لهذا النموذج تأخذ الصيغ التالية:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^T X_i Y_i - \frac{1}{T} (\sum_{i=1}^T X_i) (\sum_{i=1}^T Y_i)}{\sum_{i=1}^T X_i^2 - \frac{1}{T} (\sum_{i=1}^T X_i)^2}; \quad \hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}$$

2. إثبت أن $\hat{\alpha}$ ، $\hat{\beta}$ مقدرات غير متحيزة.

3. اشتق مقدرات الإمكان الأكبر (maximum likelihood) لكل من α ، β ، σ_u^2 ، وذلك تحت فرض أن

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$$

4. إثبت أن القيمة المتنبأ بها (\hat{Y}_0) المقابلة للقيمة X_0 ، والتي نحصل عليها من خلال العلاقة $\hat{Y}_0 = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_0$

تحقق العلاقتين:

$$i) E(\hat{Y}_0 - Y_0) = 0.$$

$$ii) var(\hat{Y}_0) = \sigma_u^2 \left(1 + \frac{1}{T} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^T x_i^2} \right), \text{ where } x_i = X_i - \bar{X}.$$

السؤال الثاني: [20 درجة]

توضح البيانات التالية المجاميع المنحصل عليها من 16 زوج من المشاهدات للمتغيرين Y ، X :

$$\sum_{i=1}^{16} X_i = 96, \quad \sum_{i=1}^{16} Y_i = 64, \quad \sum_{i=1}^{16} X_i Y_i = 492$$

$$\sum_{i=1}^{16} Y_i^2 = 526, \quad \sum_{i=1}^{16} X_i^2 = 657$$

المطلوب:

1. تقدير معادلة خط إنحدار Y على X (مشملة علي الحد الثابت) باستخدام طريقة OLS.

2. إحسب الخطأ المعياري لمقدرات OLS.

3. إحسب معامل التحديد R^2 وفسر معناه، وكذلك معامل التحديد المعدل \bar{R}^2 .

4. إنشاء فترة ثقة لمعامل الإنحدار (β) وذلك بمستوي ثقة 90%.

5. إنشاء فترة ثقة للقيمة Y_0 التي تقابل $X_0 = 10$ ، وذلك بمستوي ثقة 95%.

السؤال الثالث: [20 درجة]

في دراسة لأثر الكمية المعروضة من النقود (X) علي الدخل القومي (Y)، القيم بـبلايين الدولارات، لإقتصاد أحد الدول، قام باحث بتجميع البيانات الخاصة بـ Y ، X خلال عشر سنوات وبتطبيق طريقة OLS حصل علي النتائج التالية:

$$\hat{Y}_i = 43.143 + 1.657 X_i, \quad R^2 = 0.952, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 28.744 \quad \text{مع العلم بأن } (y_i = Y_i - \bar{Y})$$

وكذلك القيم الخاصة بالبوافي:

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
البوافي	0.259	-0.069	-0.397	-0.557	0.106	0.846	-0.251	0.117	-0.177	0.123

المطلوب:

1. إنشاء جدول تحليل التباين (ANOVA).
2. إذا علمت أن $\bar{X} = 8.75$ فأختبر معنوية الحد الثابت (α) في معادلة الانحدار عند مستوي معنوية 1%.
3. إختبر وجود ارتباط تسلسلي موجب (positive serial correlation) بين الأخطاء باستخدام اختبار ديرين-واتسون. علماً بأن: $d_U = 1.3197$, $d_L = 0.8791$.

السؤال الرابع: [15 درجة]

نفترض في نموذج الإنحدار التالي:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

أن الأخطاء (u_t) تتولد من العلاقة ($u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$; $t = 1, 2, \dots$) تحت الفروض:

$$E(u_t) = E(\varepsilon_t) = 0; \quad E(u_t^2) = \sigma_u^2; \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2); \quad E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0 \quad \forall t \neq s; \\ E(\varepsilon_t u_{t-1}) = 0$$

المطلوب: إثبات أن:

- i) $u_t = \sum_{r=0}^{\infty} \rho^r \varepsilon_{t-r}$
- ii) $E(u_t) = 0$
- iii) $var(u_t) = \sigma_\varepsilon^2 / (1 - \rho^2)$; $|\rho| < 1$

السؤال الخامس: [15 درجة]

البيانات التالية تمثل إجمالي النفقات علي السكر خلال شهر يناير 2014 وكذلك الدخل الشهرية بالجنيه المصري لخمس أسر مصرية.

الإنفاق علي السكر E	15	13	14	9	5
الدخل الشهري I	55	25	44	11	7

المطلوب:

1. قدر معادلة منحنى إنجل للإنفاق علي السكر باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية.
2. قدر الحد الأقصى للإنفاق علي السكر خلال الشهر للأسرة المصرية.
3. قدر الدخل الحرج الذي تنعدم عنده القيمة الإستهلكية من السكر.

[يمكنك استخدام القيم الجدولية: $t_{14,0.05} = 1.7613$; $t_{14,0.025} = 2.1448$; $t_{8,0.005} = 3.3554$]

Good Luck

Dr. Mohamed Bgda