



# ١٠٢ أساسيات إقتصاد



## المحاضرة الخامسة نظرية الإنتاج وسلوك المنتجون



د. محمود عرفة

مدرس الإقتصاد الزراعي

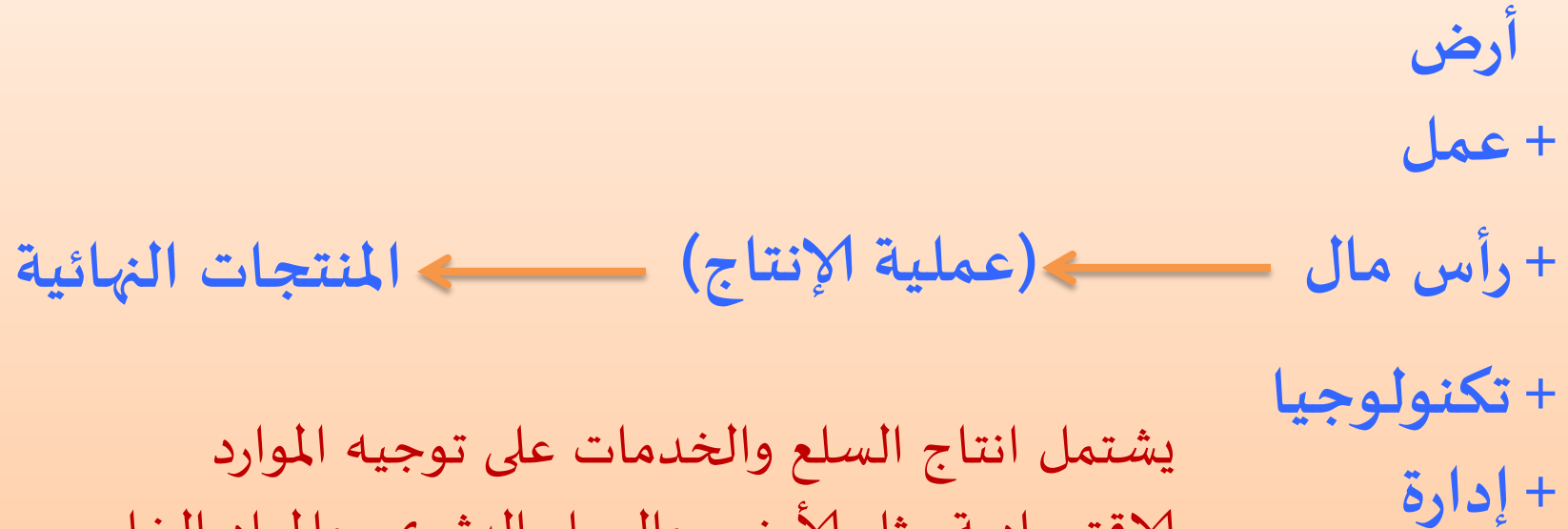
كلية الزراعة - جامعة القاهرة

[Mahmoud.arafa@agr.cu.edu.eg](mailto:Mahmoud.arafa@agr.cu.edu.eg)

[Scholar.cu.edu.eg/mahmoudarafa](http://Scholar.cu.edu.eg/mahmoudarafa)

الإقتصاد الجزئي

# مكونات النشاط الإقتصادي داخل المنشأة الفردية



يشتمل انتاج السلع والخدمات على توجيه الموارد الإقتصادية مثل الأرض، والعمل البشري، والمواد الخام، والعمل الآلي، ورأس المال، والتكنولوجيا المتاحة داخل عملية الإنتاج، والإنتاج من الناحية الإقتصادية يشير الى تخليق السلع والخدمات التي لها قيمة تبادلية.

# علاقات الإنتاج

تشتمل عملية الإنتاج على ثلاثة قرارات رئيسية هي قرار كمية الإنتاج التي يجب انتاجها، وقرار تكنولوجيا الإنتاج التي يجب استخدامها، والقرار الخاصة بعناصر أو مدخلات الإنتاج المستخدمة، وتوجد علاقات متشابكة بين تلك القرارات وبعضها، فقد توجد علاقة بين منتج ومنتج، أو قد توجد علاقة بين منتج وعنصر انتاجي، أو قد توجد علاقة بين عنصر إنتاجي وآخر. وتلك العلاقات يعبر عنها باستخدام الدوال الرياضية المختلفة التي تعبر عن علاقات الانتاج

# دالة الإنتاج

وتعرف دالة الإنتاج على انها العلاقة الدالية بين عناصر الإنتاج والمنتجات، ورياضيا تعرف دالة الإنتاج على أنها الصيغة الرياضية التي تصور مختلف التوليفات التكنولوجية لعناصر الإنتاج التي تختار من بينها المنشأ الإنتاجية التوليفة المثلى لعملية الإنتاج، وتهدف دالة الإنتاج الى الوصول للحد الأقصى للإنتاج الذي يمكن الوصول اليه بقدر معين من عناصر الإنتاج، ويمكن صياغة دالة الإنتاج فى الصورة العامة التالية:

$$Q = f (X_1, X_1, X_1, X_1, ..., X_n)$$

# تناول دالة الإنتاج رياضياً

الصيغة العامة لدالة الإنتاج:

$$Y = f(X)$$

المتضمنات الإقتصادية لدالة الإنتاج:

- ١- الناتج الكلي
- ٢- الناتج المتوسط للدالة
- ٣- الناتج الحدى
- ٤- المرونة (مرونة الإنتاج)

# الناتج المتوسط لدالة الإنتاج

الناتج المتوسط لدالة الإنتاج:

$$Y = f(X)$$

$$APP_x = \frac{Y}{X}$$

يساوي ..

ويعني متوسط انتاج الوحدة من عنصر الإنتاج

# الناتج الحدي لدالة الإنتاج

الناتج الحدي لدالة الإنتاج:

$$Y = f(X)$$

$$MPP_x = \frac{\partial Y}{\partial X}$$

يساوي ..

ويعني انتاجية الوحدة الزائدة من عنصر الإنتاج

# مرونة دالة الإنتاج

المرونة لدالة الإنتاج:

$$Y = f(X)$$

تساوي ..

$$E_Y = \frac{\frac{\partial Y}{\partial X} * \frac{X}{Y}}{\frac{Y}{X}} = \frac{\partial Y}{\partial X} * \frac{X}{Y} = MPP_x * \frac{1}{APP_x} = \frac{MPP_x}{APP_x}$$

وتعني التغير النسبي في الناتج بالنسبة للتغير النسبي في عنصر الإنتاج

## مثال – الدالة التكمعية

احسب المتضمنات الإقتصادية لدالة الإنتاج التالية، عند استخدام وحدتين من عنصر الإنتاج المتغير (x)

$$Y = 20X^3 - 10X^2$$

- ١- الناتج الكلي
- ٢- الناتج المتوسط للدالة
- ٣- الناتج الحدى
- ٤- المرونة (مرونة الإنتاج)

## الناتج الكلي للدالة

استخدام وحدتين من عنصر الانتاج المتغير يعنى قيمة  $(x=2)$ ،  
وبالتعويض فى دالة الانتاج عن قيمة  $(x=2)$  نجد قيمة الناتج  
الكلي.

$$Y = 20X^3 - 10X^2$$

$$Y = 20(2)^3 - 10(2)^2 = 160 - 40 = +120$$

## الناتج المتوسط لدالة الإنتاج

الناتج المتوسط لدالة الإنتاج:  $Y = 20X^3 - 10X^2$

$$APP_x = \frac{(Y)}{X} = \frac{(20X^3 - 10X^2)}{X}$$

$$= \frac{20X^3}{X} - \frac{10X^2}{X} = 20X^2 - 10X$$

$$= 20(2)^2 - 10(2) = 80 - 20 = +60$$

## الناتج الحدي لدالة الإنتاج

$$Y = 20X^3 - 10X^2 \quad \text{الناتج الحدي لدالة الإنتاج:}$$

$$MPP_X = \frac{\partial Y}{\partial X} = 3(20)X^2 - 2(10)X$$

$$MPP_2 = 3(20)(2)^2 - 2(10)(2)$$

$$= 240 - 40 = +200$$

## مرونة دالة الإنتاج

المرونة لدالة الإنتاج:  $Y = 20X^3 - 10X^2$   
عند قيمة  $(x=2)$

$$E_Y = \frac{MPP_2}{APP_2} = \frac{200}{60} = +3.333$$

## مثال – دالة كوب-دوجلاس

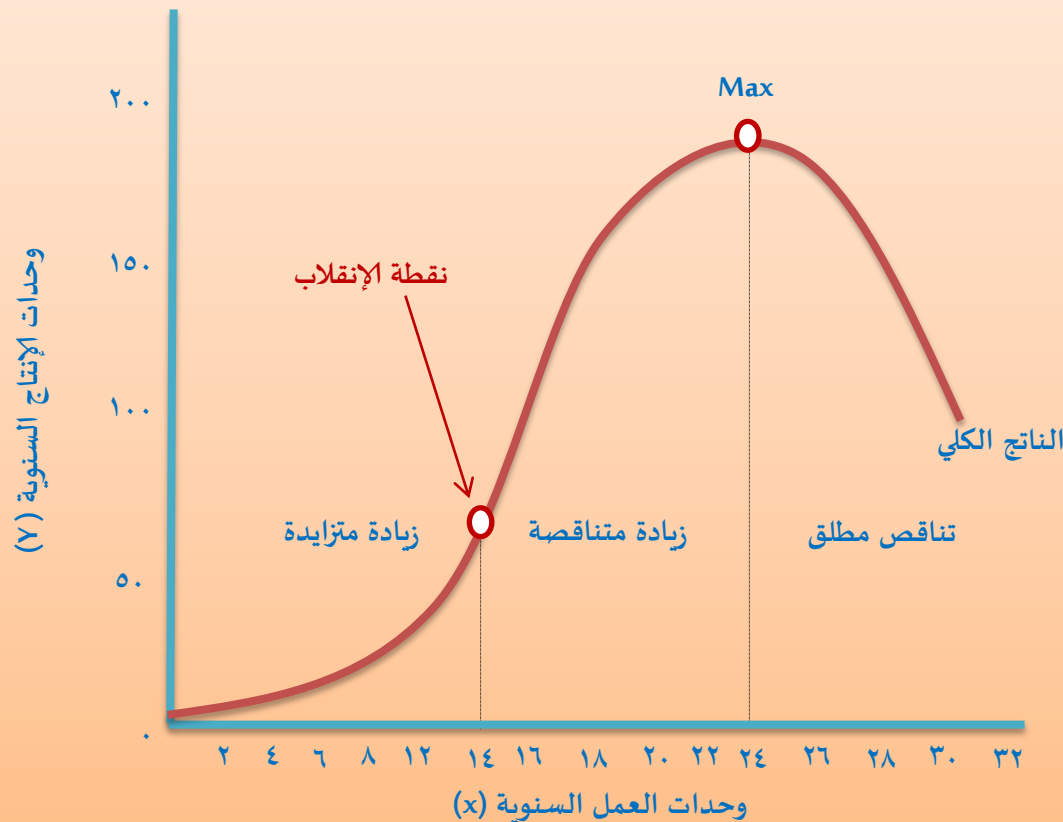
احسب المتضمنات الإقتصادية لدالة الإنتاج التالية، عند استخدام وحدتين من عنصر الإنتاج المتغير (x)

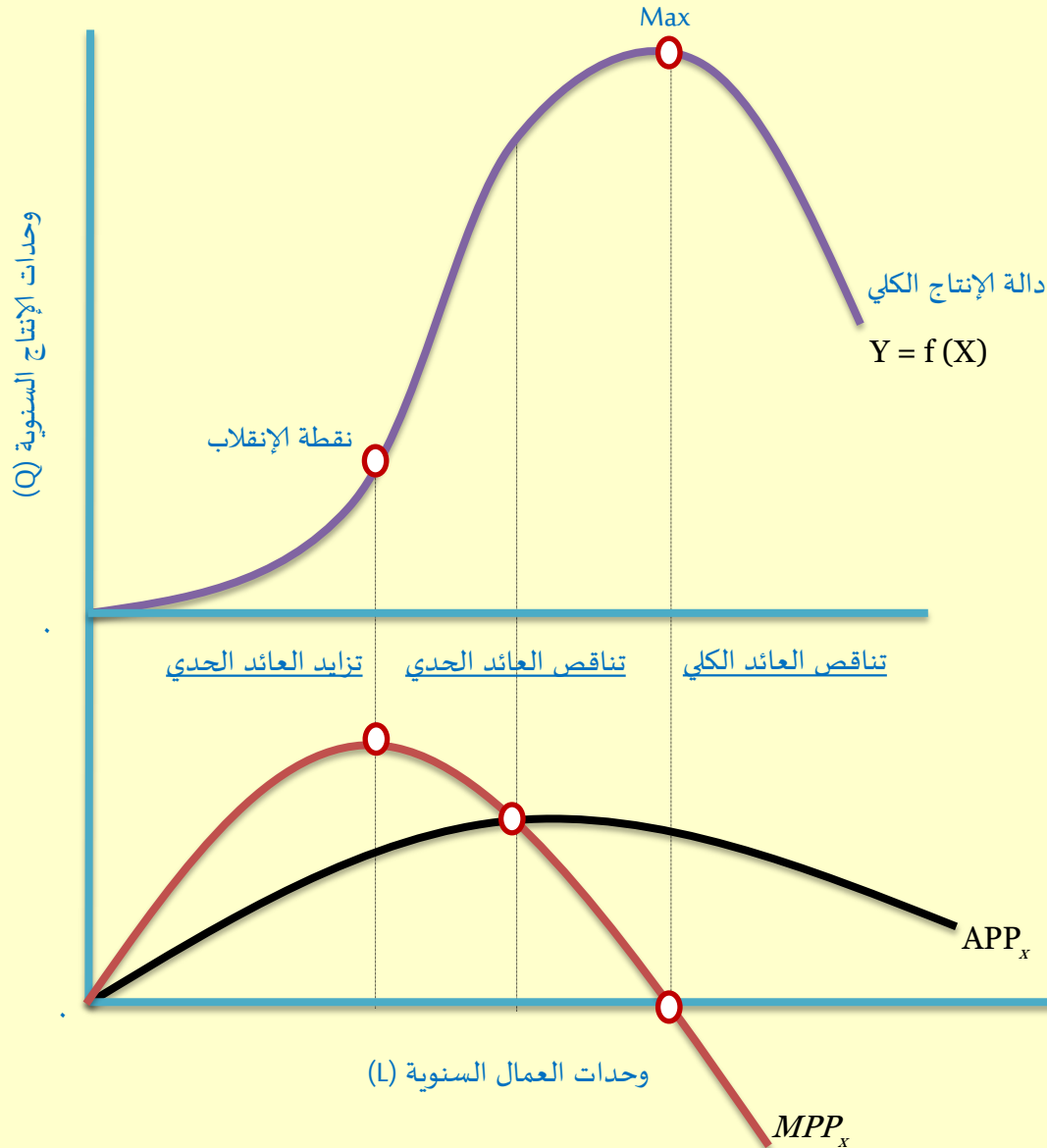
$$Y = 5L^{0.2}K^{0.8}$$

- ١- الناتج الكلي
- ٢- الناتج المتوسط للدالة
- ٣- الناتج الحدى
- ٤- المرونة (مرونة الإنتاج)

# تحليل دالة الإنتاج بيانياً

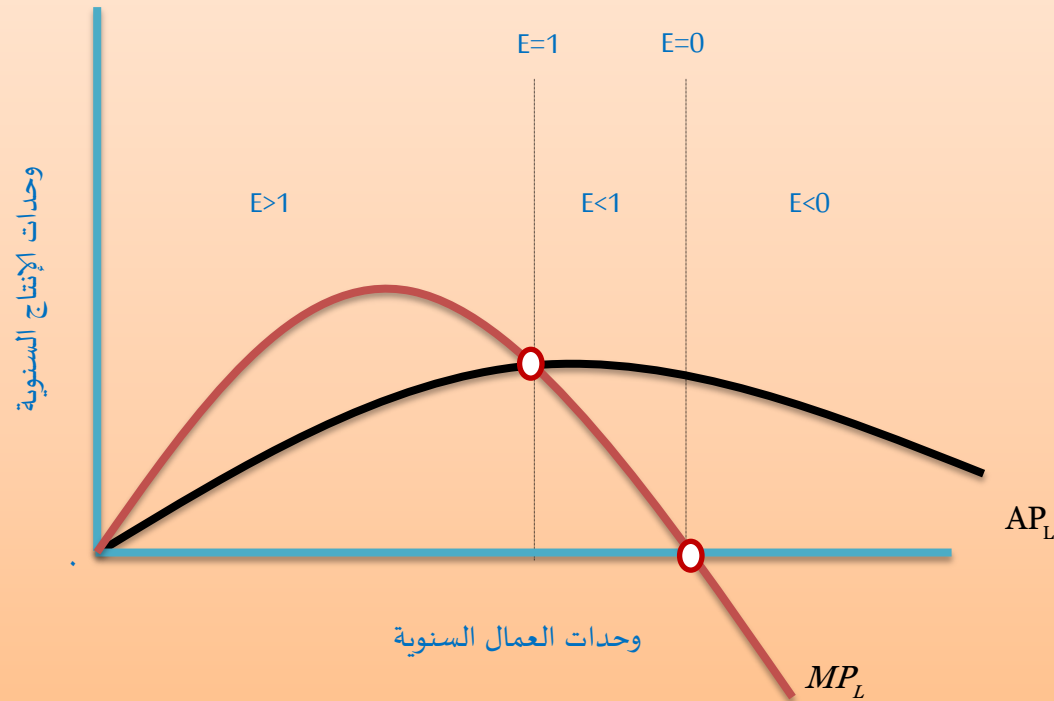
## قانون تناقص الغلة وشكل منحنى الناتج الكلي





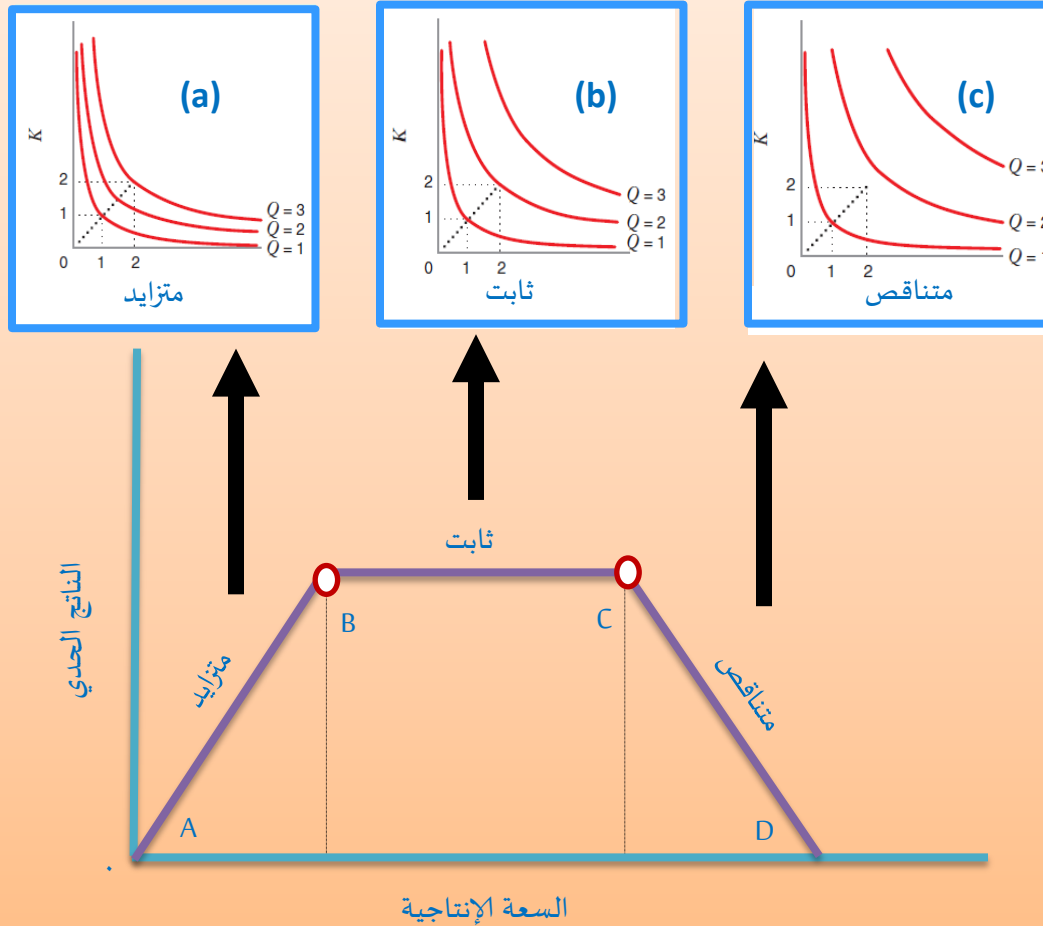
## مراحل الإنتاج: العلاقة بين الناتج الكلي والناتج المتوسط والناتج الحدي

# مرونة الإنتاج



مرونة الانتاج  
تساوي خارج  
قسمة الناتج  
الحدى على  
الناتج  
المتوسط

# علاقة العائد بالسعة الإنتاجية



# استنتاج مراحل الإنتاج ونقطة الإنقلاب رياضياً

$$Y = 20X^3 - 10X^2 \quad \text{لدالة الإنتاج:}$$

يمكن تحديد مراحل الانتاج رياضيا كالتالى:

**أولاً: نهاية المرحلة الأولى وبداية المرحلة الثانية للإنتاج**

(عند تلك النقطة يتقاطع (يتساوي) منحنى الناتج المتوسط مع منحنى الناتج الحدى

– عند النهاية العظمى للناتج المتوسط)

الحصول على نهاية المرحلة الاولى وبداية المرحلة الثانية رياضيا  
باستخدام فكرة تقاطع الناتج المتوسط والحدى

$$Y = 20X^3 - 10X^2$$

$$APP_X = MPP_X$$

$$20X^2 - 10X = 60X^2 - 20X$$

$$\Rightarrow 20X - 10X + 20X^2 - 60X^2 = 0$$

$$\Rightarrow 10X - 40X^2 = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 4X = 0$$

$$\Rightarrow 4X = 1$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{4}$$

الحصول على نهاية المرحلة الاولى وبداية المرحلة الثانية رياضيا  
باستخدام فكرة النهاية العظمى للناتج المتوسط

$$Y = 20X^3 - 10X^2$$

$$APP_X = 20X^2 - 10X$$

$$\Rightarrow \frac{\partial APP_X}{\partial X} = 40X - 10 = 0$$

$$\Rightarrow 4X - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4X = 1$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{4}$$

## ثانيا: نهاية المرحلة الثانية وبداية المرحلة الثالثة:

عند تلك النقطة يكون الناتج الكلي أقصاه - و - الناتج الحدى بصفر، ويمكن الحصول على تلك النقطة بطريقتين أيضاً، وبالنسبة لدالة الانتاج السابقة يكون الناتج الحدى:

$$MPP_X = \frac{\partial Y}{\partial X} = 3(20)X^2 - 2(10)X = 0$$

$$MPP_X = 60X^2 - 20X = 0$$

$$\Rightarrow 3X - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3X = 1$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{3}$$

والطريقة الثانية عندما يكون الناتج الكلي أقصاه : نفاضل دالة الناتج الكلي ونساوي قيمة التفاضل (الناتج الحدى) بالصفر ونحصل على قيمة (x) وتكون نفس النتيجة

تحديد نقطة الانقلاب رياضيا: عندها يكون الناتج الحدى  
أقصاه، أى نفاضل دالة الناتج الحدى ونساويها بالصفر كالتالى:

$$MPP_X = 60X^2 - 20X$$

$$\frac{\partial MPP_X}{\partial X} = 120X - 20 = 0$$

$$\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow 6X = 1$$

$$\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow X = \frac{1}{6}$$

## دالة الإنتاج من جداول البيانات

| ملاحظات | Ey   | MPPx | APPx | Y  | X  |
|---------|------|------|------|----|----|
|         | -    | -    | ٢    | ٢  | ١  |
|         | ١.٢  | ٣.٠  | ٢.٥  | ٥  | ٢  |
|         | ١.٣  | ٤.٠  | ٣.٠  | ٩  | ٣  |
|         | ١.٤  | ٥.٠  | ٣.٥  | ١٤ | ٤  |
|         | ١.٧  | ٧.٠  | ٤.٢  | ٢١ | ٥  |
|         | ١.٨  | ٩.٠  | ٥.٠  | ٣٠ | ٦  |
|         | ١.٠  | ٥.٠  | ٥.٠  | ٣٥ | ٧  |
|         | ٠.٨  | ٤.٠  | ٤.٩  | ٣٩ | ٨  |
|         | ٠.٦  | ٣.٠  | ٤.٧  | ٤٢ | ٩  |
|         | ٠.٥  | ٢.٠  | ٤.٤  | ٤٤ | ١٠ |
|         | ١.١- | ٤.٠- | ٣.٦  | ٤٠ | ١١ |
|         | ٠.٣- | ١.٠- | ٣.٣  | ٣٩ | ١٢ |
|         | ٣.٩- | ٩.٠- | ٢.٣  | ٣٠ | ١٣ |

## العائد للسعة

| المرحلة                       | العائد          |                 | السعة         |               | التوليفة |
|-------------------------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|----------|
|                               | الناتج<br>الحدي | الناتج<br>الكلي | عدد<br>العمال | عدد<br>الآلات |          |
| المرحلة الأولى: زيادة العائد  | ٤               | ٤               | ١             | ١             | a        |
|                               | ٦               | ١٠              | ٢             | ٢             | b        |
|                               | ٨               | ١٨              | ٣             | ٣             | c        |
|                               | ١٠              | ٢٨              | ٤             | ٤             | d        |
| المرحلة الثانية: ثبات العائد  | ١٠              | ٣٨              | ٥             | ٥             | e        |
|                               | ١٠              | ٤٨              | ٦             | ٦             | f        |
| المرحلة الثالثة: تناقص العائد | ٨               | ٥٦              | ٧             | ٧             | g        |
|                               | ٦               | ٦٢              | ٨             | ٨             | h        |



شكراً