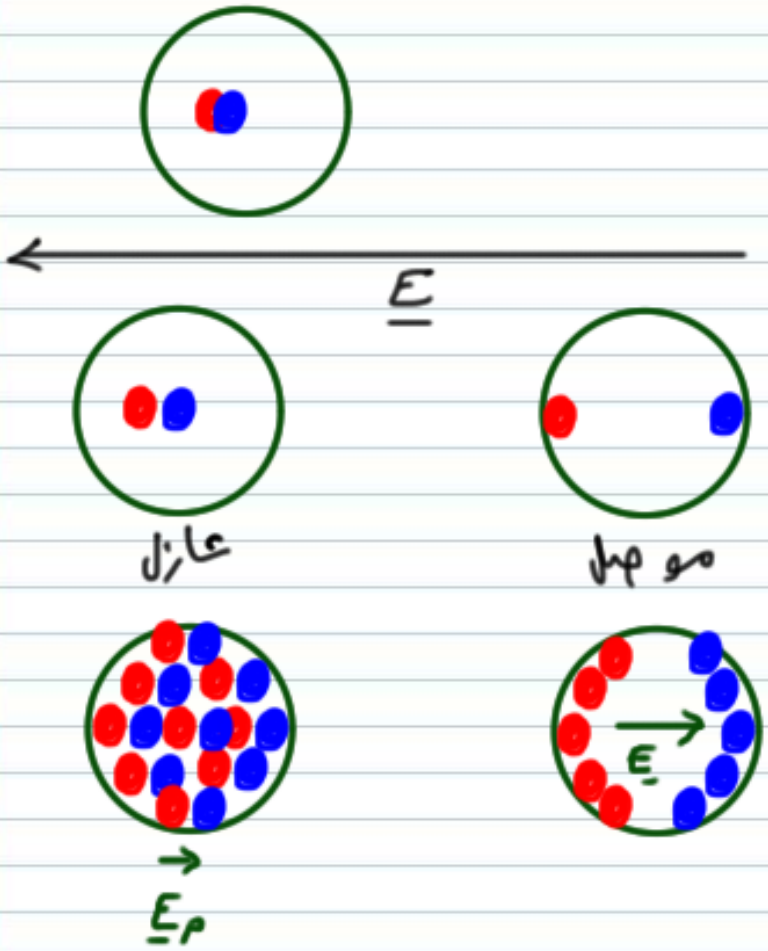
Conductors & Dielectrics

الموصلات و العازلات

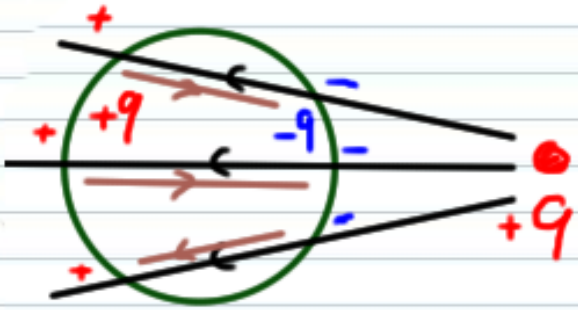
المواد
- عازل
- شبه موصل
- موصل
- فائقه التوصيل

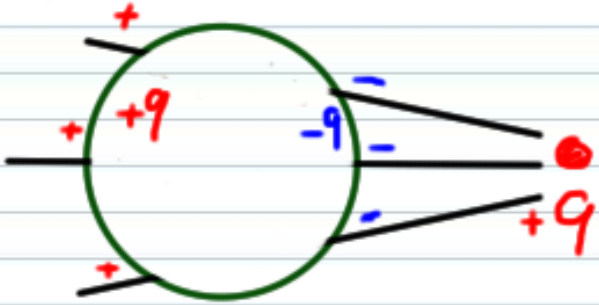


الموصلات :

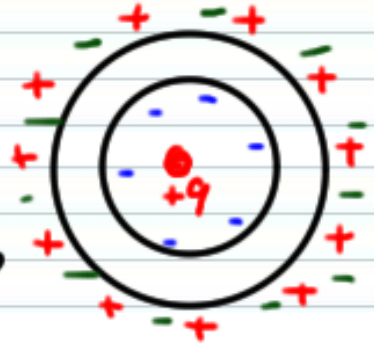
1. داخلها $E = 0$
2. كل الشحنات على السطح
3. داخلها وعلى السطح V ثابت
4. المجال خارج السطح عمودى عليه

Conductors





$$\underline{E} = \begin{cases} \dfrac{kq}{r^2}\hat{\underline{r}} & r < R_i \\ 0 & R_i < r < R_o \\ \dfrac{kq+Q}{r^2}\hat{\underline{r}} & r > R_o \end{cases}$$



$$-\sigma_i A_i = -q$$
$$+\sigma_o A_o = +q$$
$$-\sigma_c A_o = Q$$

Σ = zero

Dielectrics

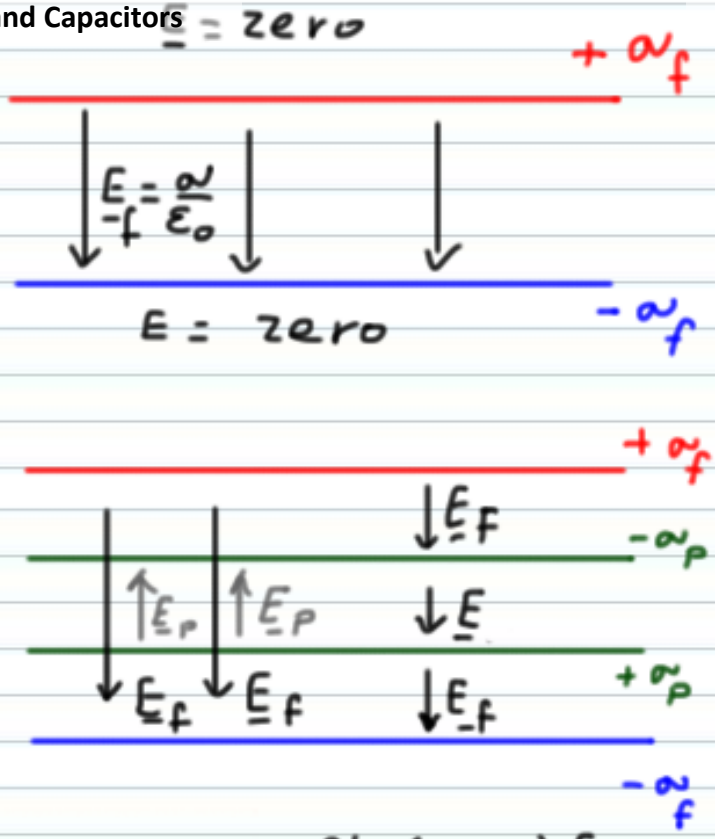
$$\underline{E} = \underline{E}_f + \underline{E}_p$$

$$= \left(\frac{\sigma_f}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}\right)\hat{u}$$

$$= \left(\frac{q_f}{\varepsilon_0 A} - \frac{q_p}{\varepsilon_0 A}\right)\hat{u}$$

$$k = \frac{E_f}{E} = \frac{V_f}{V} \equiv \text{Dielectric Const} \geq 1$$

$$\therefore \underline{E} = \frac{\underline{E}_f}{k} = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_0 k}$$



$$\frac{\sigma_f}{\varepsilon_0 k} = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0} \rightarrow \sigma_p = \sigma_f\left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{\sigma_f}{k}(k-1)\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0}$$

$$= \varepsilon_0 (k-1) E$$

$$q_p = q_f\left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

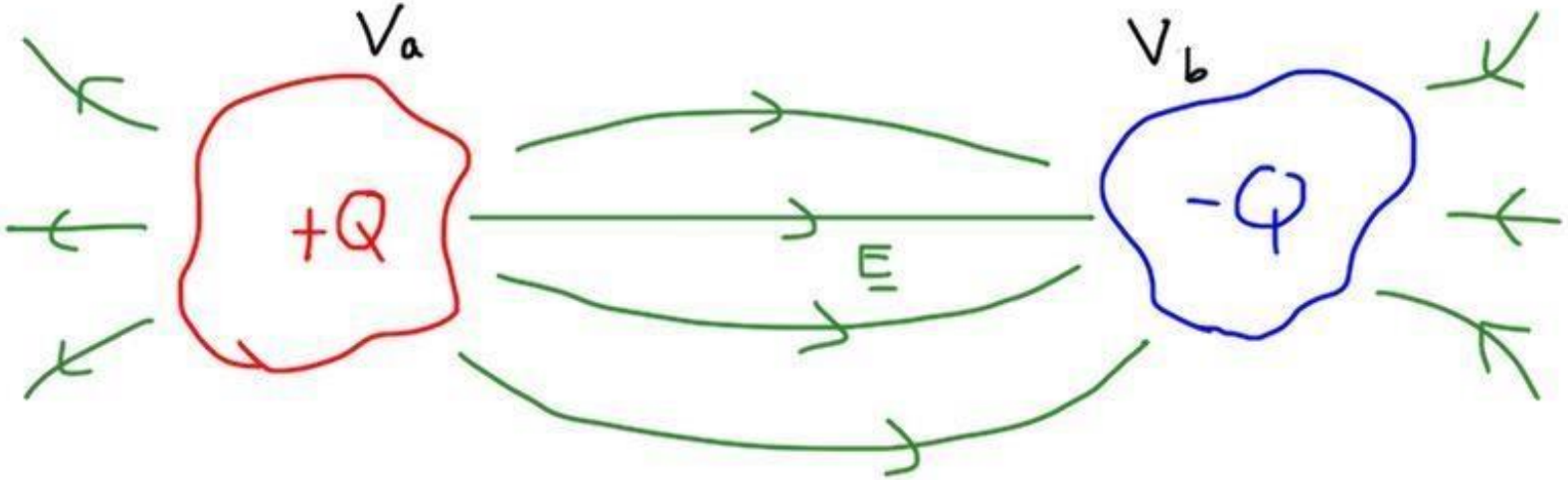
$$\sigma_p = \varepsilon_0 (k-1)\, \underline{E} \cdot \hat{n}$$

$\hat{n} \perp$ Dielectric srfc "out"

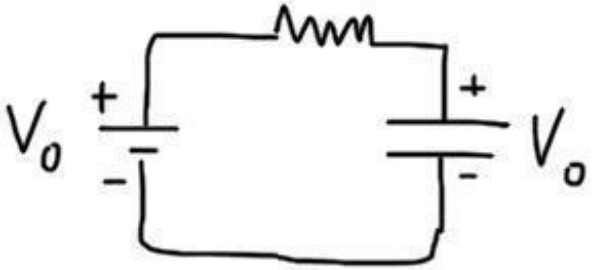
$$\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 k = \varepsilon$$

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{A} = \frac{Q_f}{\varepsilon_0 k} = \frac{Q_f - Q_p}{\varepsilon_0}$$

المكثفات والمواد العازلة



$E \propto Q$ $V \propto Q$



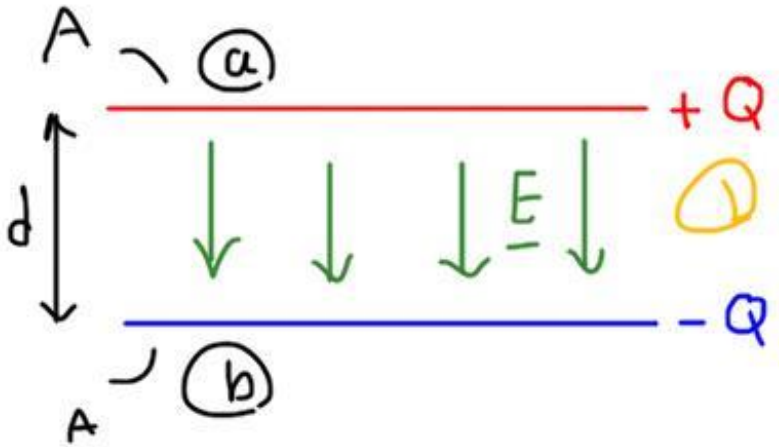
$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

$[F]$

$V_{ab} = V_a - V_b$

$= V_+ - V_-$

* حساب السعة فى حالة الفراغ



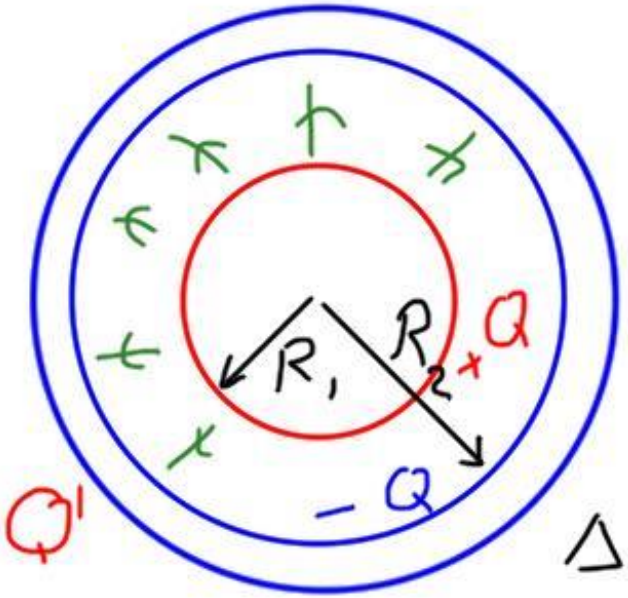
$$\underline{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}(-\hat{j}) \quad (2)$$

$$V = -\int_b^a \underline{E}\cdot d\underline{\ell} = Ed \quad (3)$$

$$\therefore V = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} d$$

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad (4)$$

مثال مكثف كروي



$-Q$ و $+Q$ (1)

1,2 $\underline{E} = \frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$ (2)

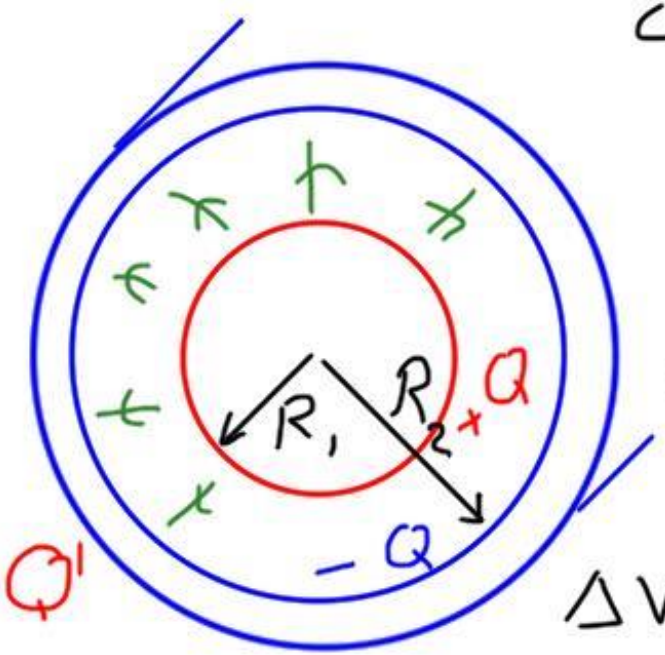
$\Delta V = V_{R_1} - V_{R_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ (3)

$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$ F (4)

$\Delta V = V_{R_3} - V_\infty = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$ * العلاقة الثانية

$C' = 4\pi\varepsilon_0 R_3$

مثال مكثف اسطوانى



$-Q$ و $+Q$ (1)

$$\underline{E} = \frac{\pm \lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{r} \qquad 1,2 \qquad (2)$$

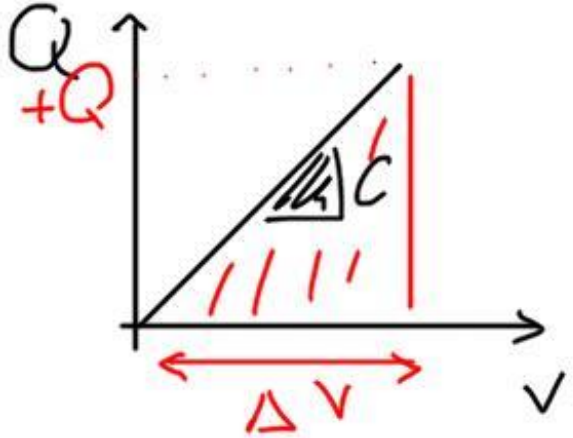
$$\Delta V = V_{R_1} - V_{R_2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1} \qquad (3)$$

$$C = \frac{\lambda L}{\Delta V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln R_2/R_1}\ F \qquad (4)$$

$$C/L = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln R_2/R_1}$$

الطاقة المختزنة في المكثف

$$U = \frac{1}{2} Q V$$



$$Q = CV$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$u = \text{لكل وحدة حجوم } U = \frac{\frac{1}{2} QV}{\text{حجم العازل}}$$

كثافة الطاقة

مثال: مكثف متوازي اللوحين

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d} V^2 \rightarrow \boxed{u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}$$

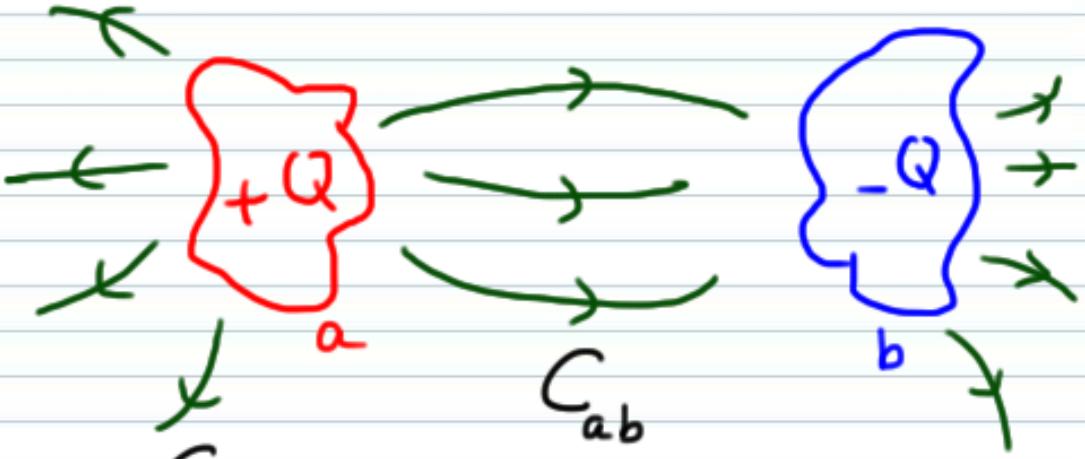
$$C = \frac{Q_f}{V} \quad C/V \quad F$$

$$U = \frac{1}{2} Q_f V$$

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

$C \Rightarrow 1\,mF \rightarrow 1\,pF$

$\varepsilon_0 \Rightarrow F/m$



إضافة مادة عازلة

① تدعيم ② زيادة $V_{breakdown}$ ③ زيادة C

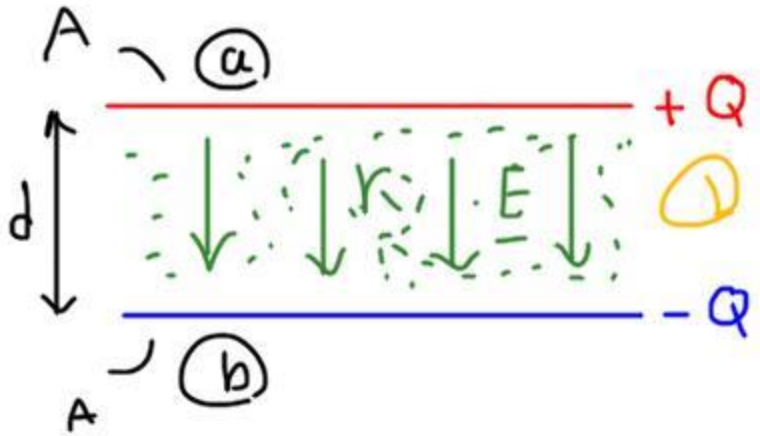
$\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon$ $\quad \varepsilon > \varepsilon_0$

$C > C_0$

$U > U_0$

$u > u_0$

* حساب السعة في حالة وجود مادة عازلة



$$\underline{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A K}(-\hat{j}) \quad (2)$$

$$V = -\int_b^a \underline{E}\cdot d\underline{\ell} = E d \quad (3)$$

$$\therefore V = \frac{Q}{\varepsilon_0 A K} d$$

$$E = \frac{E_{air}}{K}$$

$$V = \frac{V_{air}}{K}$$

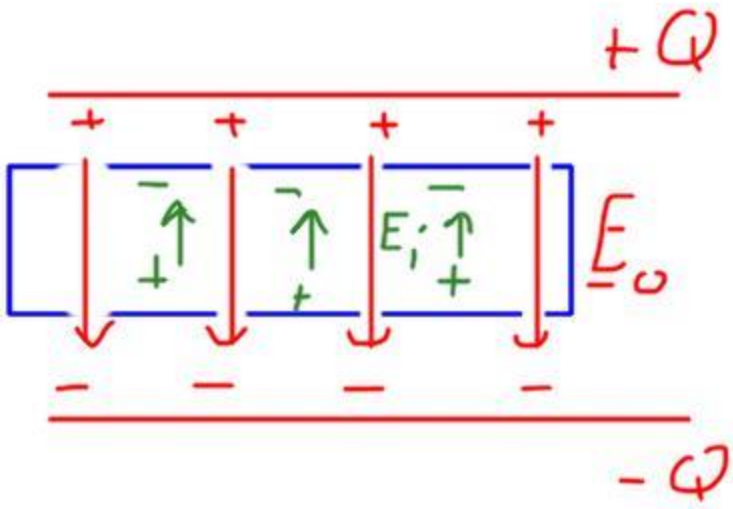
$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 K \frac{A}{d} \quad (4)$$

$$C = C_{air} K$$

حساب السعة المتوازية

$$E_t = E_0 - E_p = \frac{E_0}{K}$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K}$$



$$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K}$$

$$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_0} = E_t K - E_t$$

$$\sigma_p = \sigma\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

$$\sigma_p = \varepsilon_0 (K-1) E_t$$

$$Q_p = Q\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

$$Q_p = \varepsilon_0 A (K-1) E_t$$

① اوجد Q_p على اسطح الكثف الكروى

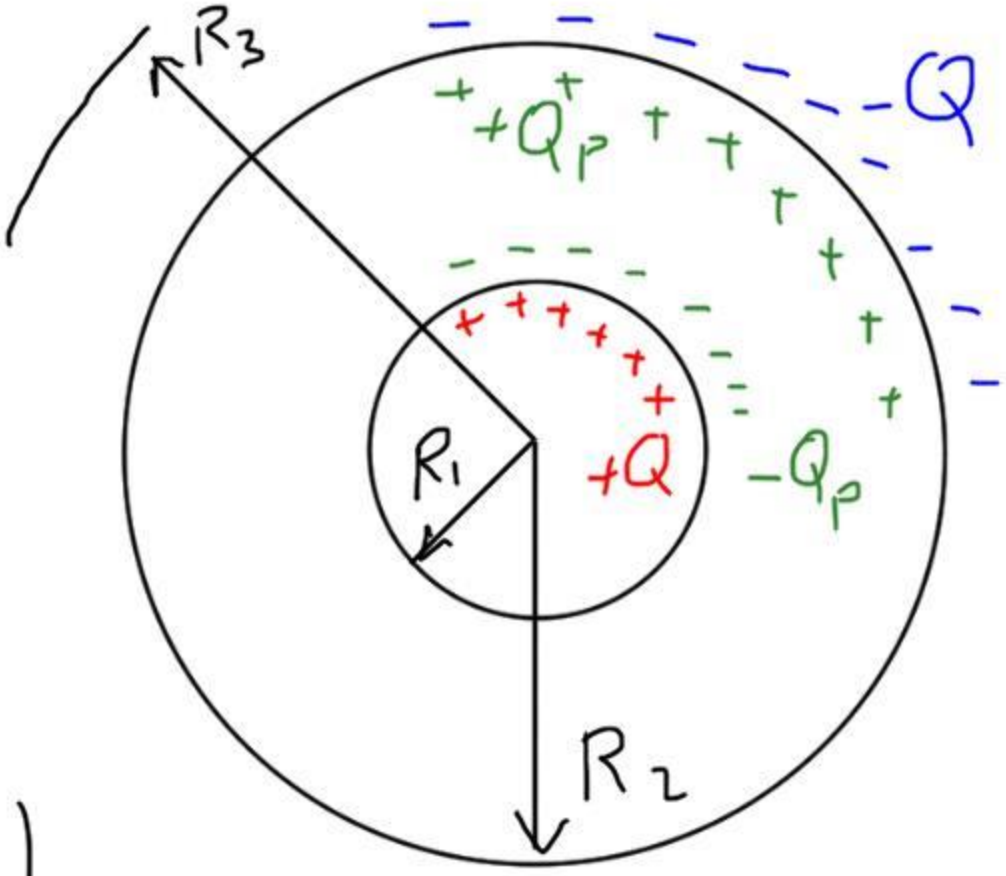
$$E = \frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 k r^2}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 k}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 k}{1/a - 1/b}$$

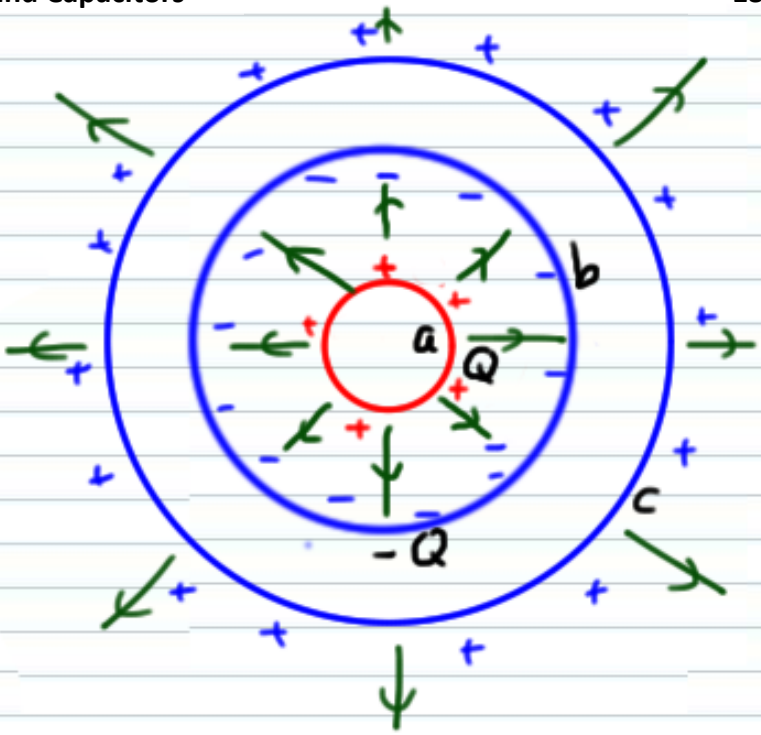
@ R_1 $Q_{P_1} = -Q\left(1 - \frac{1}{k}\right)$

@ R_2 $Q_{P_2} = Q\left(1 - \frac{1}{k}\right)$



$$|\sigma_{P_1}| \neq |\sigma_{P_2}|$$

Example Spherical Cap



C_{ab}

① $+Q, -Q$

② $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad r_a < r < r_b$

③ $V_{ab} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_a} - \dfrac{1}{r_b}\right)$

④ $C_{ab} = \dfrac{Q}{V_{ab}} = \dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}} = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 r_a r_b}{r_b - r_a}$

C_c Stray

$E = \dfrac{Q_c}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \longrightarrow V_c = \dfrac{Q_c}{4\pi\varepsilon_0 r_c} \longrightarrow C_c = 4\pi\varepsilon_0 r_c$

مثال

أ) **حجم كروى** نصف قطره R ومشحون بانتظام بشحنة كثافتها $\rho\ c/m^3$. ومحاط بقشرة كروية **موصلة غير مشحونة** ونصف قطرها الداخلى R والخارجى 2R .

1) اوجد المجال الكهروستاتيكى عند نقطة عامة على بعد r من مركز الحجم الكروى فى الحالات الاتية :

i) $r < R$, ii) $R < r < 2R$ & iii) $r > 2R$

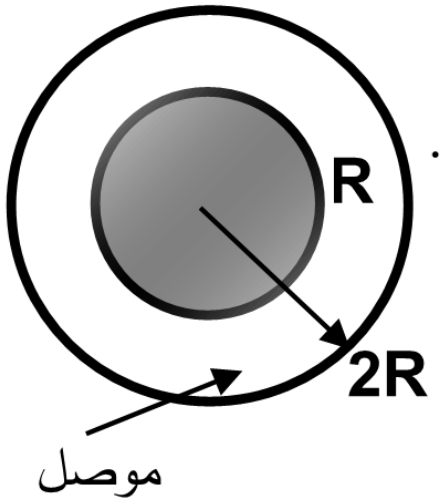
2) اوجد الجهد الكهروستاتيكى عند $r = 0, r = R$ & $r = 2R$.

3) اوجد السعة الشاردة للمكثف الكهربى .

4) اذا وضعت طبقة عازلة خارج القشرة الموصلة تمتد من 2R الى 3R ولها معامل سماح نسبى (ثابت العازل) K .

I. احسب السعة الشاردة فى هذه الحالة.

II. أوجد كثافة شحنة الاستقطاب على سطحى العازل.



Example

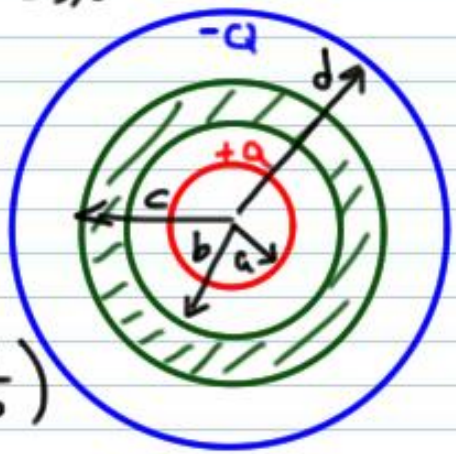
$+Q$ كرة معدنية $\leftarrow a = 4\ cm$

$-Q$ طبقة معدنية $\leftarrow d = 10\ cm$

مادة عازلة $\leftarrow b, c = 5, 8$ $\quad \varepsilon_r = 3$

if $V_{ad} = 216\ V$

? Q_a, Q_b, Q_c, Q_d, E at 6 cm, C_{ad}, U_{ad}

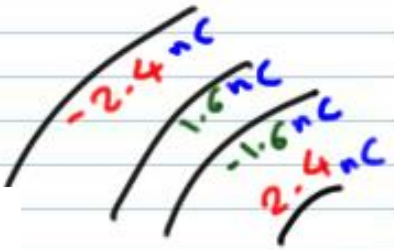


$$V_{ad} = -\int_d^a E\,dr = -\int_d^c E\,dr - \int_c^b E\,dr - \int_b^a E\,dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{d}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

$$= 9Q \times 10^{10} \rightarrow Q = 2.4\ nC = Q_a = -Q_d$$

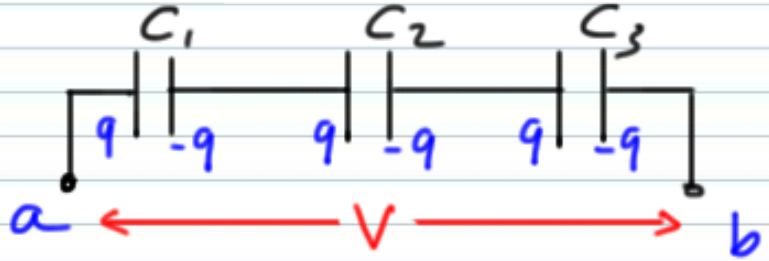
$$Q_p = Q_f\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) = 1.6\ nC = -Q_b = Q_c$$



$$\vec{E}_{6a} = \frac{9\times10^9}{3}\,\frac{2.4\times10^{-9}}{(0.06)^2}\,\hat{r} = 2000\,\hat{r}\ V/m$$

$$C_{ad} = \frac{Q_a}{V_{ad}} = \frac{2.4\times10^{-9}}{216} = 11\ pF$$

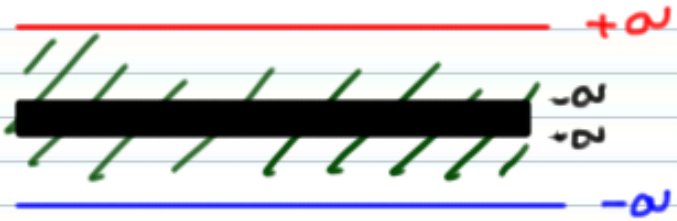
$$U_{ad} = \frac{1}{2} Q_a V_{ad}$$



التوالى :

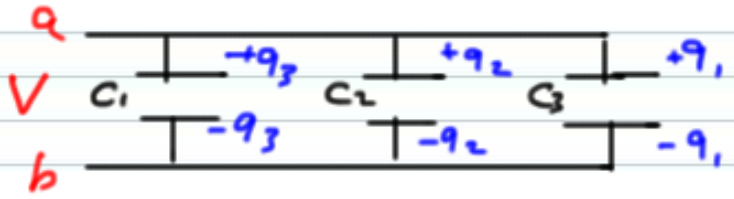
$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$\therefore C_{eq} = \frac{q}{V} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} \rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



$$U = \mathcal{E}$$

التوازى :

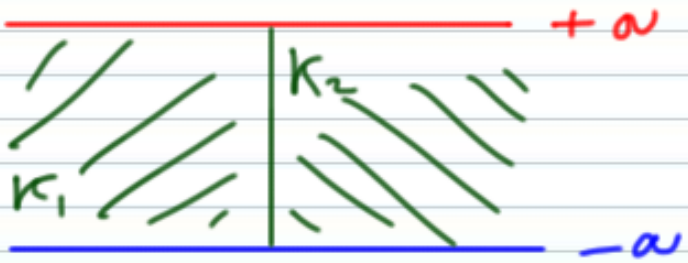


$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$C_{eq} V = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$U = \mathcal{E}$$

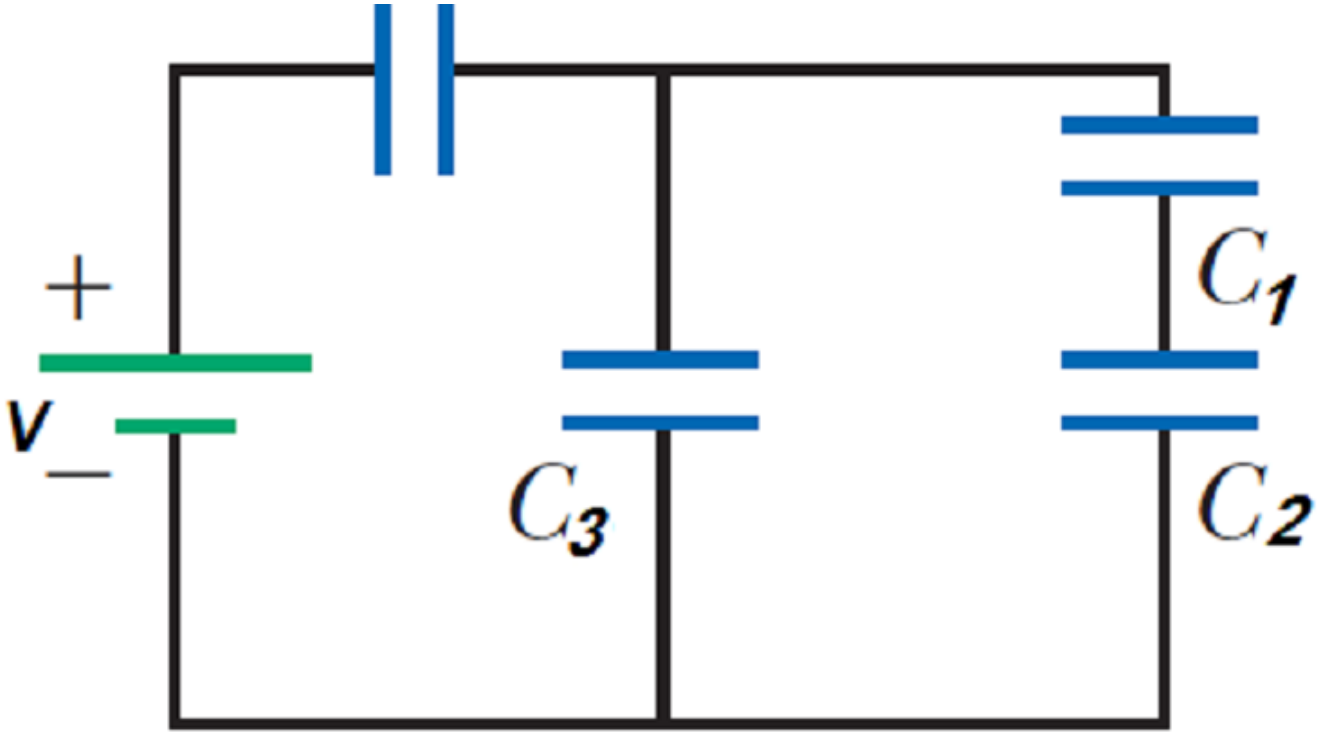


مثال

ج) فى الشكل المقابل اذا كان :

$C_1=10\ \mu F,\ C_2=10\ \mu F,\ C_3=5\ \mu F,\ C_4=10\ \mu F,\ V=10$ volt

1) أوجد سعة المكثف المكافئ لمجموعة المكثفات بالشكل.
2) أوجد الشحنة وفرق الجهد على كل مكثف.
3) اوجد الطاقة الكلية المختزنة فى مجموعة المكثفات.



مثال

ب) مكثف اسطوانى طويل مكون من اسطوانة موصلة نصف قطرها $R_1 = 1$ cm وطولها $L = 0.5$m وقشرة اسطوانية موصلة متحدة معها فى المحور نصف قطرها الداخلى $R_2 = 1.5$ cm و الخارجى $R_3 = 1.6$ cm.

1) اذا تم توصيل مصدر كهربى (بطارية) فرق الجهد بين طرفيه V = 10 volt بين سطحى المكثف:

I. احسب سعة المكثف (ابدأ من المبادئ الاولية).
II. أوجد شحنة المكثف .
III. أحسب الطاقة المختزنة فى المكثف .

2) اذا تم فصل المصدر الكهربى عن المكثف الاسطوانى وبعد ذلك تم ادخال عازل معامل السماح النسبى له (ثابت العازل) K = 4 بين سطحى المكثف احسب :

I. فرق الجهد بين طرفيه بعد وضع العازل.
II. سعة المكثف فى هذه الحالة.
III. شحنة المكثف بعد وضع العازل.
IV. الطاقة المختزنة فى المكثف بعد وضع العازل.

حالات مختلفة من المسائل

$$Q = C\Delta V$$

1. إذا تم توصيل بطارية بقيمة معطاة ← يثبت الجهد و تصبح الشحنات حرة التغير
   1. إذا تم تغيير جهد البطارية مع بقاء نفس العازل ← يتغير الجهد و تتبعه الشحنات و لا تتغير السعة
   2. إذا تم تغيير العازل مع بقاء نفس جهد البطارية ← تتغير السعة وتتبعها الشحنات و لا يتغير الجهد
2. إذا تم فصل البطارية ← تثبت الشحنات و يصبح الجهد حر التغير
   1. إذا تم تغيير العازل بعد فصل البطارية ← تتغير السعة ويتبعها الجهد و لا تتغير الشحنات