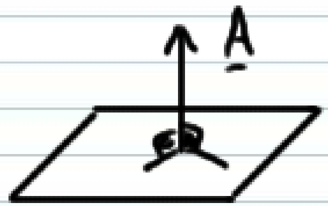
Gauss' Law

قانون جاوس



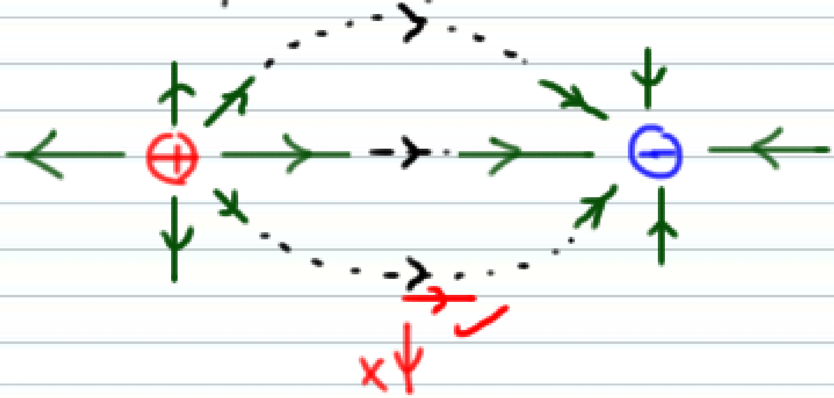
Area Vector متجه المساحة

السطح المفتوح ، اتجاه اختيارى 6 مستوى مسطح

السطح المغلق ، اتجاه الخروج من الجسم سطح كروى ، اسطوانى ، ..

متجه المساحة عمودى على السطح

كولوم ← جاوس



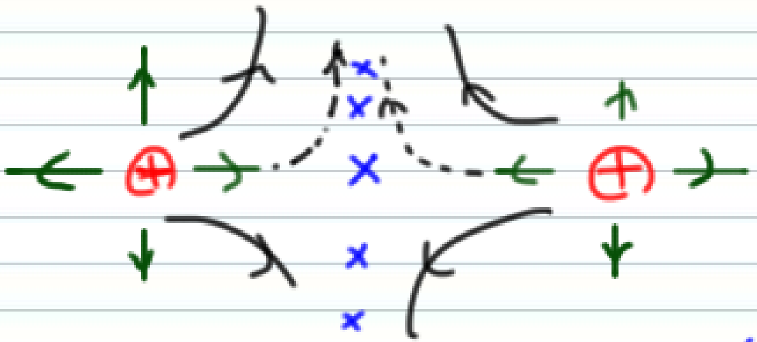
خطوط المجال الكهربى

① مفتوحة من + إلى -

② الاتجاه عند أى P هو اتجاه $\underline{E}_P$

③ لا تتقاطع

④ تتناسب كثافة الخطوط مع $|\underline{E}|$

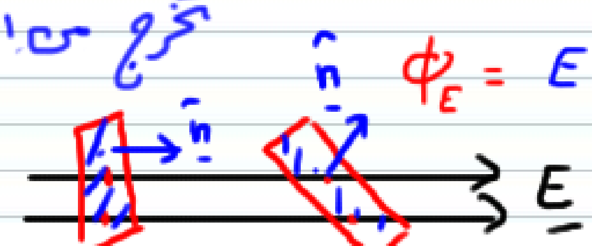


كثافة خطوط المجال:

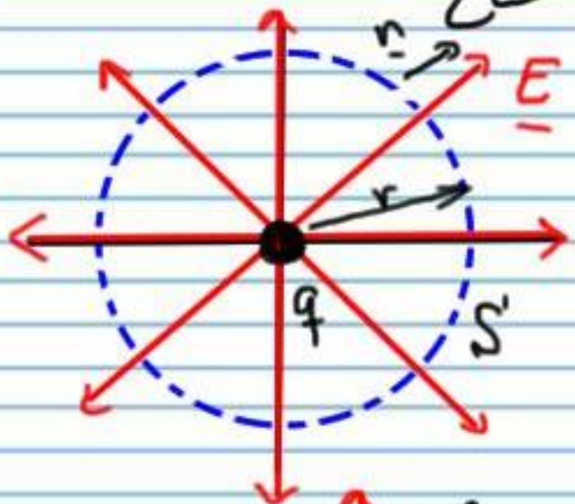
"E" عدد خطوط المجال الكهربى لكل وحدة مساحات عمودية على الخطوط

فيض المجال الكهروستاتيكى على السطح: عدد خطوط المجال التى تخرج من السطح فى اتجاه عمودى

$$\phi_E = E A_\perp = \underline{E}\cdot\underline{A} = \int_s \underline{E}\cdot d\underline{A} \quad Nm^2/C$$

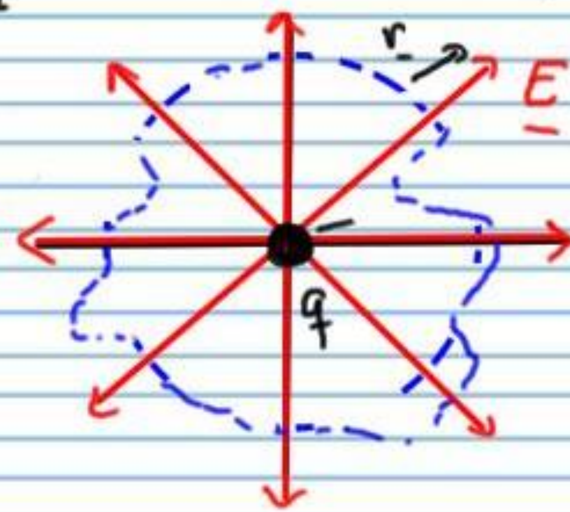


مثال 1: اوجد Φ فلاك سطح كروي مغلق S (سطح هندسي تخيلي) إذا كان هناك شحنة نقطية q موجودة عند مركز السطح

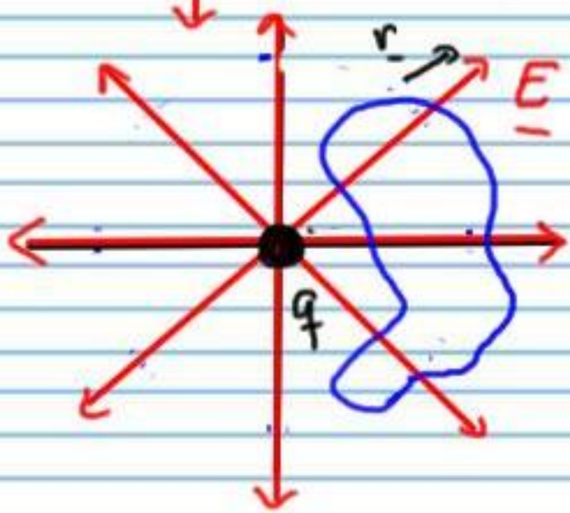


$$\Phi = \oint_s \underline{E} \cdot d\underline{S} = \oint E \, dA = E \oint dA$$

$$= \frac{k_e q}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi k_e q = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



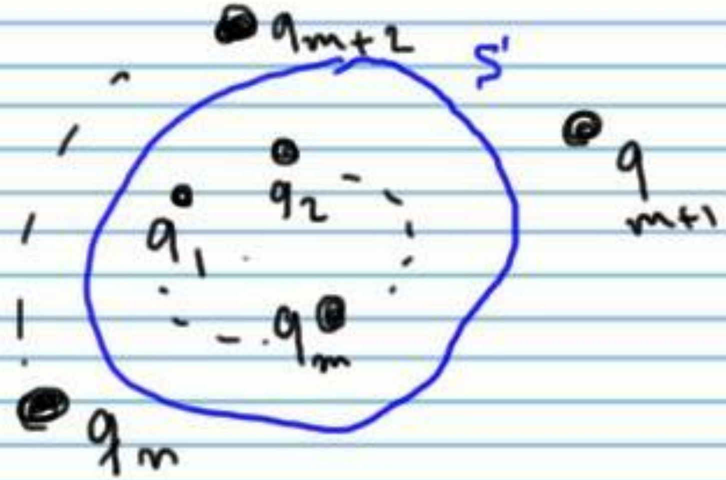
$$E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



$$\Phi = 0$$

قانون جاوس:

$$\boxed{\Phi = \oint_S \underline{E} \cdot d\underline{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}}$$



$$\Phi = \oint \underline{E} \cdot d\underline{A} = \oint (\underline{E}_1 + \underline{E}_2 \dots \underline{E}_n) \cdot d\underline{A}$$

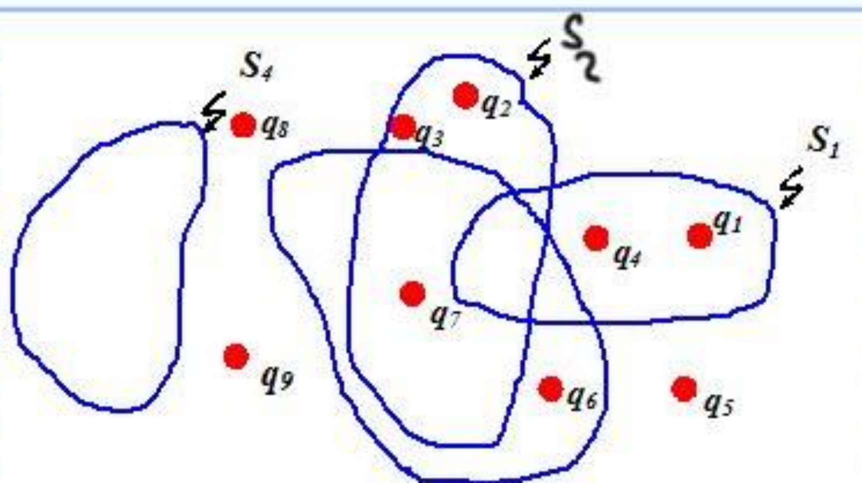
$$= \oint \underline{E}_1 \cdot d\underline{A} + \oint \underline{E}_2 \cdot d\underline{A} + \dots \oint \underline{E}_n \cdot d\underline{A}$$

$$= \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_m + \phi_{m+1} + \dots + \phi_n$$

$$= \phi_1 + \phi_2 + \dots \phi_m + \text{zero}$$

$$= \frac{q_1}{\varepsilon_0} + \frac{q_2}{\varepsilon_0} + \dots \frac{q_m}{\varepsilon_0}$$

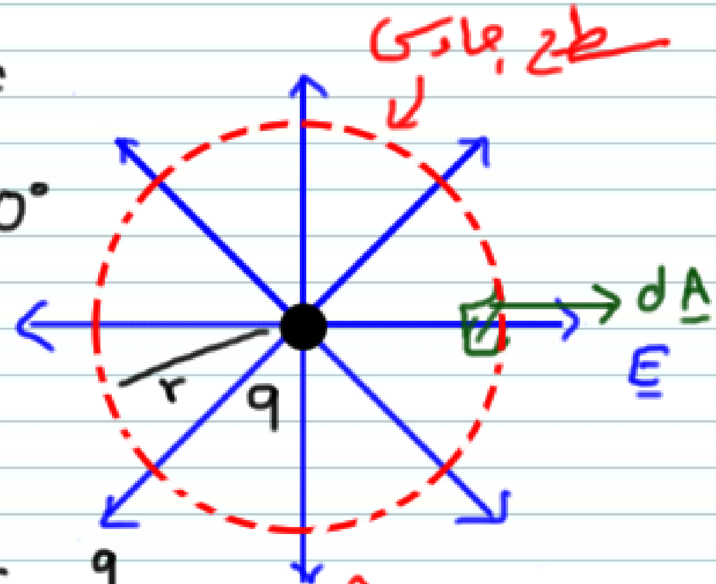
$$= \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_m q_i = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$



مثال:

مثال ② احسب المجال الناشئ عن شحنة نقطية

$$\phi_E = \oint \underline{E} \cdot d\underline{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$



$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{A} = \oint E\, dA \cos 0^\circ$$

$$= \oint E\, dA$$

$$= E \oint dA$$

$$= E\, 4\pi r^2$$

$$= \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \underline{E} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}\, \underline{\hat{r}}$$

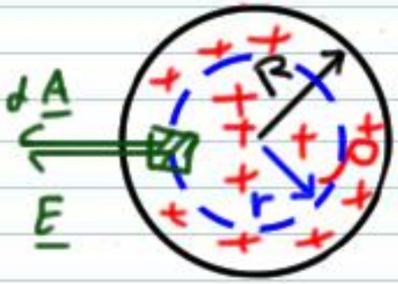
خطوات حل المسائل المتماثلة هندسياً بقانون جاوس :

1. اوجد اتجاه المجال في الفراغ
2. افترض سطح جاوس ← الزوايا بين المجال وعناصر المساحة المختلفة إما صفر أو 90°

   يمر بنقطة الحساب

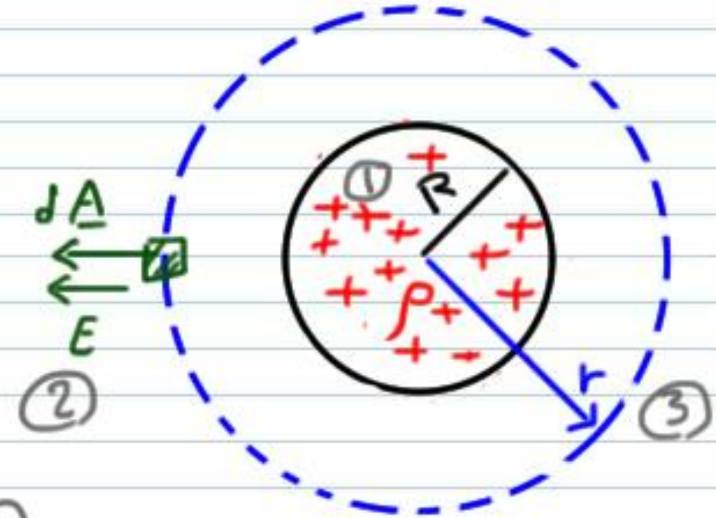
   يجب ان يكون مقدار ثابتاً على الأجزاء التي تصنع زوايا صفر مع السطح
3. طبق قانون جاوس على السطح المغلق

مثال: أوجد E عند المواضع المختلفة نتيجة حجم كروي R مشحون بشحنة ذات كثافة حجمية منتظمة $\rho\ C/m^3$



$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = EA = E\,4\pi r^2 = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\times \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \underline{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\,\hat{\underline{r}} \quad N/C$$

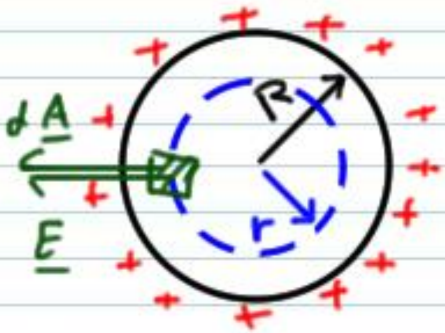


④

$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = \oint E\,dA\cos 0 = \oint E\,dA = E\oint dA = EA = E\,4\pi r^2 = \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\therefore \underline{E} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\underline{r}} \quad N/C$$

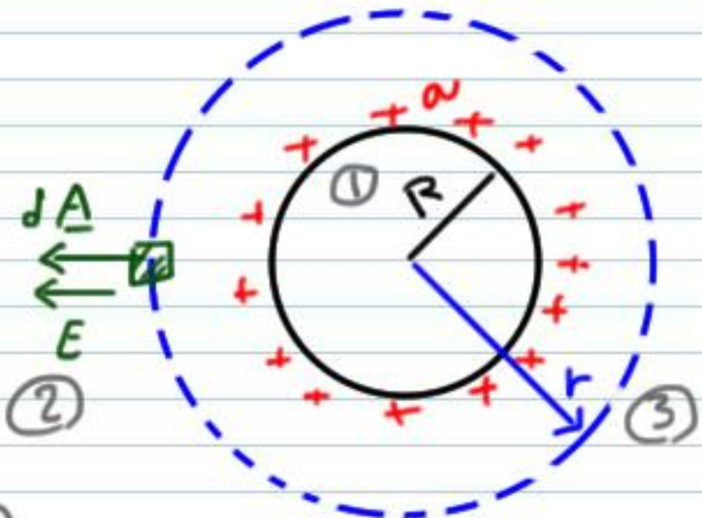
مثال : أوجد E عند المواضع المختلفة نتيجة سطح كروي R مشحون بشحنة ذات كثافة سطحية منتظمة $\sigma\ C/m^2$



$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = EA = E\,4\pi r^2$$

$$= \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\times zero$$

$$\therefore\ \underline{E} = zero$$



④

$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = \oint E\,dA\cos 0$$

$$= \oint E\,dA = E\oint dA$$

$$= EA = E\,4\pi r^2$$

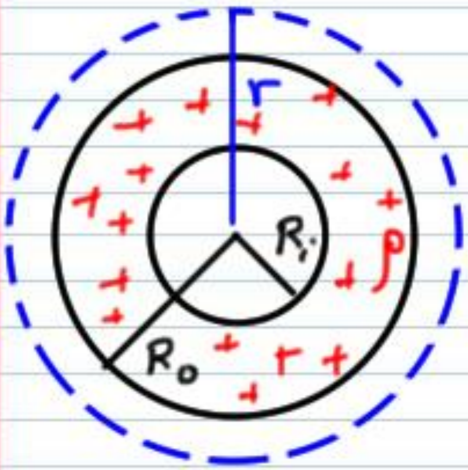
$$= \frac{\sum q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\sigma\,4\pi R^2$$

$$\therefore\ \underline{E} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\underline{r}}\ N/C$$

R_i, R_o

مثال: أوجد E عند المواضع المختلفة نتيجة قشرة كروية مشحونة بشحنة ذات كثافة حجمية منتظمة ρ C/m³

$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = \sum \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$

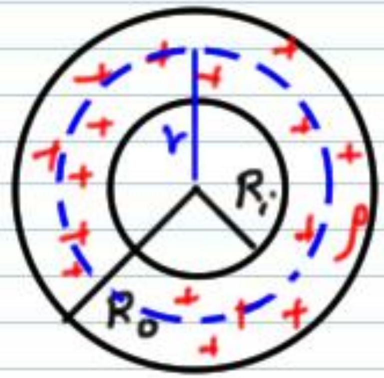


$r \geq R_o$

$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = E\,4\pi r^2$$

$$q_{in} = \rho\left[\frac{4}{3}\pi R_o^3 - \frac{4}{3}\pi R_i^3\right] = \frac{4\pi\rho}{3}(R^3 - R_i^3)$$

$$\underline{E} = \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0 r^2}(R^3 - R_i^3)$$

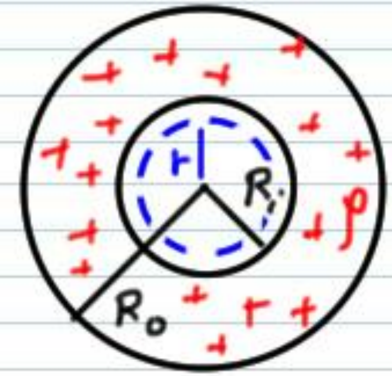


$R_i \leq r < R_o$

$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = E\,4\pi r^2$$

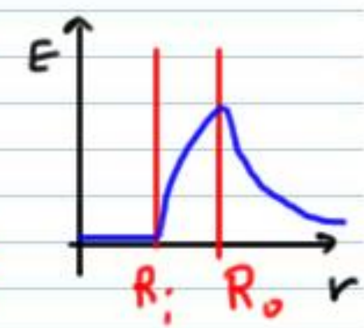
$$q_{in} = \rho\left[\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi R_i^3\right] = \frac{4\pi\rho}{3}(r^3 - R_i^3)$$

$$\therefore \underline{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R_i^3}{r^2}\right)\underline{\hat{r}}$$

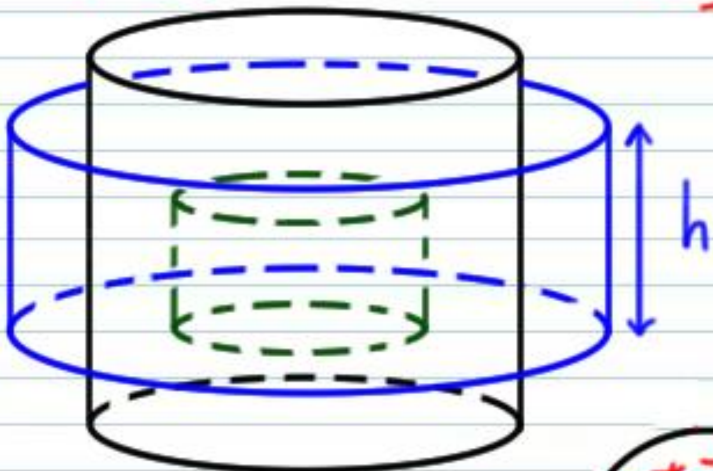


$r < R_i$

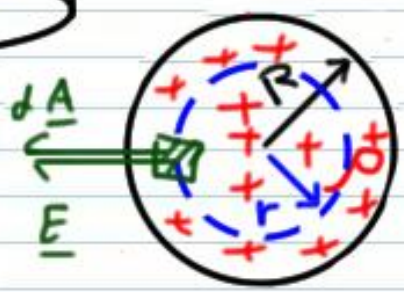
$E = \text{zero}$



مثال: أوجد E عند المواضع المختلفة نتيجة حجم اسطواني لانهائي R مشحون بشحنة ذات كثافة حجمية منتظمة $\rho\ C/m^3$
طولية $\lambda\ C/m$



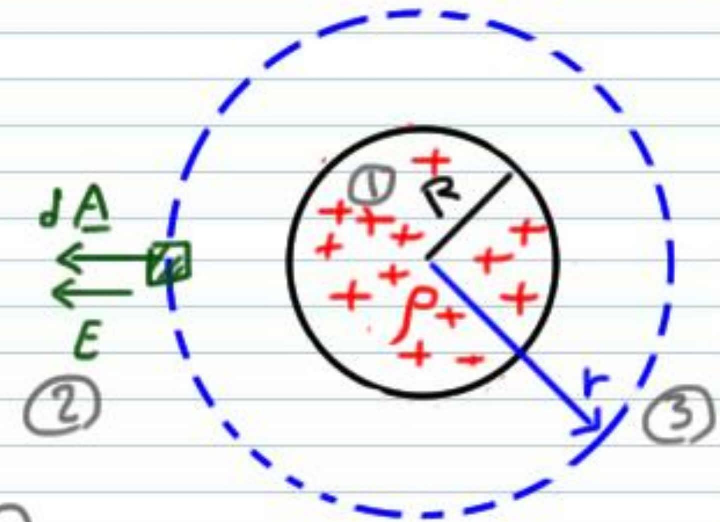
$$\rho * \pi r^2 h = \lambda h$$



$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{A} = EA = E\, 2\pi r h$$

$$= \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} * \rho \pi r^2 h$$

$$\underline{E} = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}\ N/C = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}\ N/C$$



(4)

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{A} = \oint E\, dA \cos 0$$

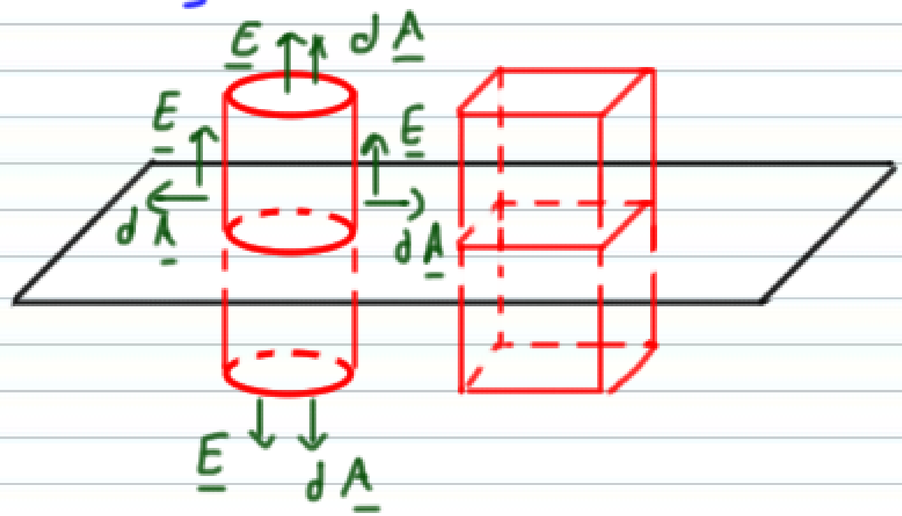
$$= \oint E\, dA = E \oint dA$$

$$= EA = E\, 2\pi r h$$

$$= \frac{\Sigma q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \pi R^2 h$$

$$\therefore E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda R^2}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\ N/C$$

مثال: أوجد E نتيجة مستوى لانهائي مشحون بشحنة ذات كثافة سطحية منتظمة $\sigma\ C/m^2$



$$\oint \underline{E}\cdot d\underline{A} = \int_{\text{فوق}} \underline{E}\cdot d\underline{A} + \int_{\text{تحت}} \underline{E}\cdot d\underline{A} + \cancel{\int_{\text{جانبي}} \underline{E}\cdot d\underline{A}}\ \text{zero}$$

$$= 2\int E\, dA \cos 0$$

$$= 2EA$$

$$q_{in} = \sigma A \rightarrow 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \underline{E} = \frac{\sigma A}{2\varepsilon_0}\,\underline{\hat{n}} \quad N/C$$