CH1 Continuous Charges

$$v = \int a\,dt = a\int dt = at + v_0$$

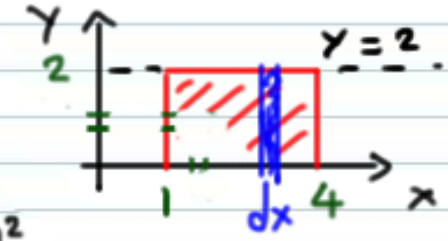
Integration التكامل

Definite Integration : التكامل المحدود

$$\int_1^2 x\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2 = \frac{x^2}{2}\Big)_{x=2} - \frac{x^2}{2}\Big)_{x=1} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\text{Area} = \int_1^4 2\,dx = 2\int_1^4 dx$$

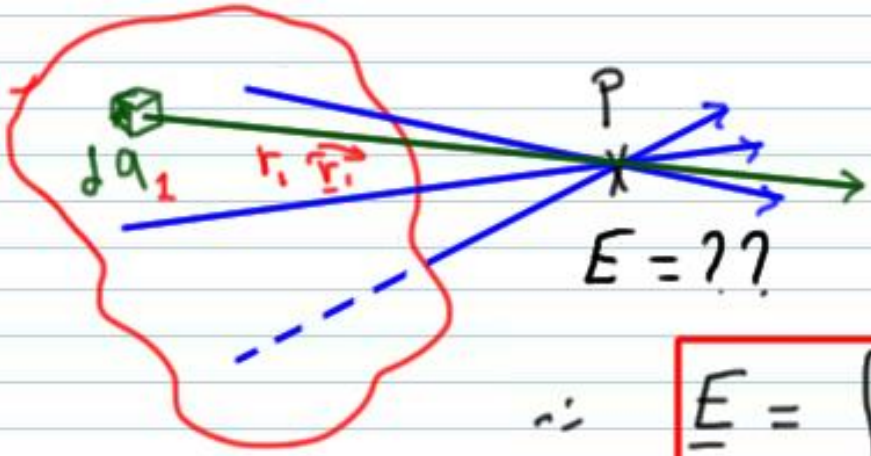
$$= 2(x)_1^4 = 2(4-1) = 6\ m^2$$



$dA = 2\,dx$

CH1 Continuous Charges

الشحنات المتصلة



$$d\underline{E}_1 = k_e \frac{dq_1}{r_1^2} \hat{r}_1$$

$$\therefore \quad \underline{E} = \int_Q k_e \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad N/C$$

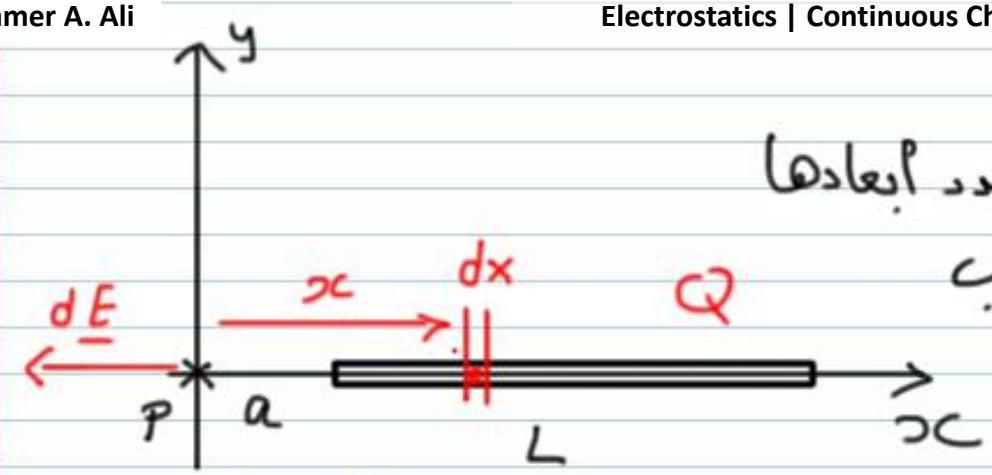
dq → λdl : λ C/m e.g. $\lambda = \frac{Q_{tot}}{L}$

dq → σdA : σ C/m² e.g. $\sigma = \frac{Q_{tot}}{A}$

dq → ρdV : ρ C/m³ e.g. $\rho = \frac{Q_{tot}}{V}$

شحنة منتظمة التوزيع

مثال ① :



① اختر عينة عنصر مناسبة وحدد ابعادها
② حدد بُعدها عن نقطة الحساب
③ حدد اتجاه dE وارسمه
④ احسب مقدار dE
⑤ عوضه عن dq حسب المسألة
⑥ حلل الـ dE واستفد من التماثل
⑦ عرف حدود التكامل حسب توزيع العنصر
⑧ اكتب صيغة التكامل
⑨ أخرج الثوابت من التكامل واحسب الباقي
⑩ عوضه بحدود التكامل
⑪ اكتب متجه المجال المحصل

$$dE = k_e \frac{dq}{x^2}$$

$$dq = Q \frac{dx}{L} \qquad (\lambda = Q/L)$$

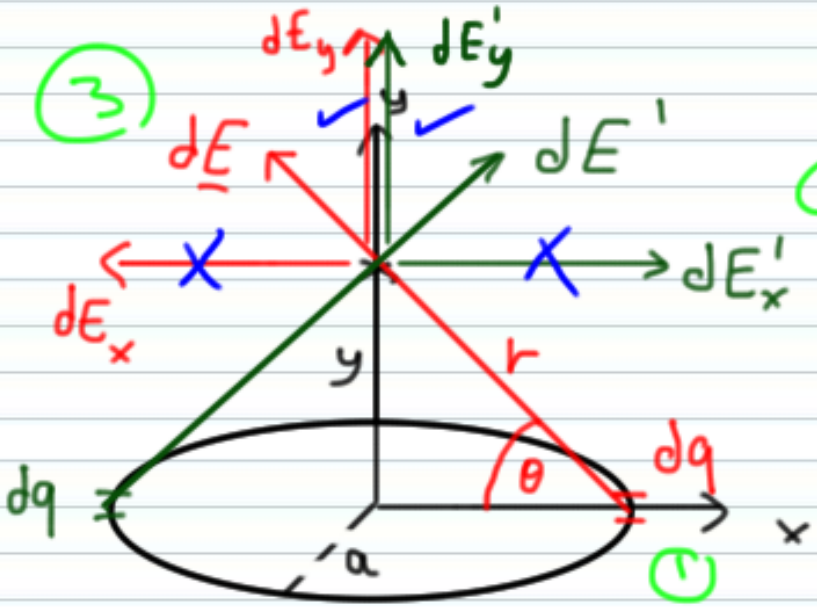
$$dE = k_e \frac{Q}{L} \frac{dx}{x^2} \qquad a \to a+L$$

$$E = k_e \frac{Q}{L} \int_a^{a+L} \frac{dx}{x^2}$$

$$= k_e \frac{Q}{L} \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{a+L}$$

$$= k_e \frac{Q}{L} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right] \rightarrow \boxed{\underline{E} = \frac{-k_e Q}{a(a+L)} \hat{\imath} \ N/C}$$

$a \gg L \ \therefore E \to \frac{kQ}{a^2}$



(3)

(2) Just

(2) $r = \sqrt{a^2 + y^2} = Const$

$$dE = k_e \frac{\lambda\, dl}{\sqrt{a^2 + y^2}}$$

(4)

$$dE_y = dE \sin\theta$$

$$= \frac{k_e \lambda\, y\, dl}{(a^2 + y^2)^{1.5}}$$

(5)

(1)

(6)

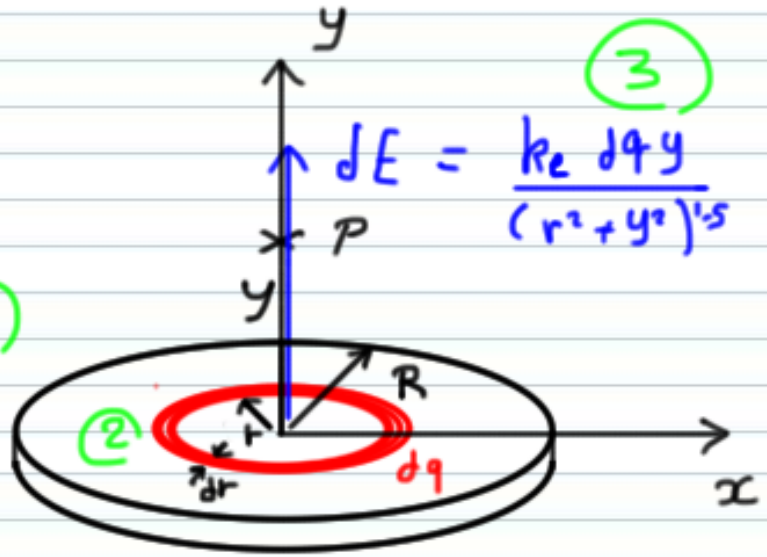
$$E = \frac{k_e \lambda\, y}{(a^2 + y^2)^{1.5}} \int_0^{2\pi a} dl = \frac{k_e \lambda\, 2\pi a y}{(a^2 + y^2)^{1.5}}$$

$$Q = \lambda\, 2\pi a$$

$$\therefore \underline{E} = \frac{k_e Q\, y}{(a^2 + y^2)^{1.5}}\, \hat{j} \quad N/C$$

if $y >> a$ $\quad E \rightarrow \frac{k_e Q}{y^2}$ N/C

مثال (3):



(1)

(2)

(3) $dE = \frac{k_e\, dq\, y}{(r^2+y^2)^{1.5}}$

$\therefore dE_y = k_e\, y \frac{dq}{(r^2+y^2)^{1.5}}$

$dq = Q\frac{dA}{A} = \sigma\, dA$

$dA = 2\pi r\, dr$ (4)

(5)

$\therefore dq = \sigma\, 2\pi r\, dr$ (6)

$\therefore E_y = y k_e \sigma \pi \int_{r=0}^{r=R} \frac{2r\, dr}{(r^2+y^2)^{1.5}}$ (7)

$u = r^2 + y^2$

$\frac{du}{dr} = 2r$ (8)

$E_y = y k_e \sigma \pi \int_{u=y^2}^{u=R^2+y^2} \frac{du}{u^{1.5}}$

(9)

$= y k_e \sigma \pi \left[-\frac{2}{\sqrt{u}}\right]_{y^2}^{R^2+y^2}$

if $y \ll R$

$\therefore \boxed{\underline{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{y}{\sqrt{R^2+y^2}}\right]\hat{j} \quad N/C}$ (10)