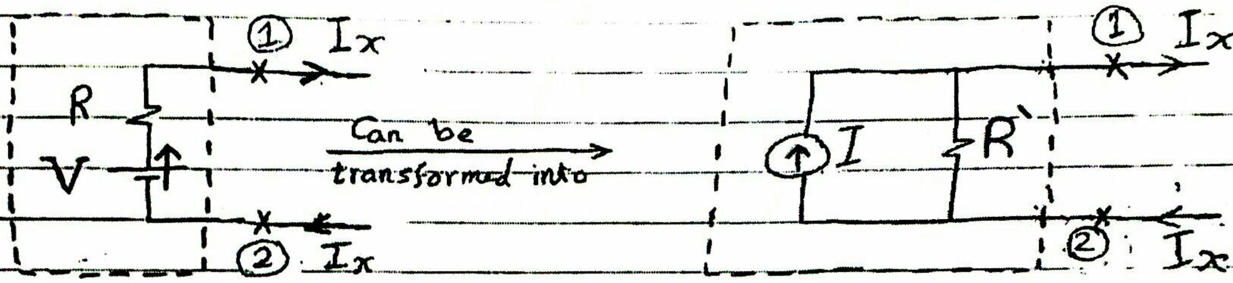
b Source Equivalence (transformation)

① transform Voltage Source (VS) into Current Source (CS)



where, $I = \frac{V}{R}$, $R` = R$

notes :-

① Current in R ≠ Current in R` .
Voltage across R ≠ Voltage across R` .
Just, Value of R = Value of R` .

② Condition of transforming VS into CS :-

"There must be a resistance Series with the VS"

this series resistance may be either :-

a- internal resistance of the VS . مقاومة داخلية

OR b- external resistance we put it intentionally, and VS is ideal. عمداً

* If you did not find a resistance series with the VS,

Don't Try to transform the VS into CS .

③ the external Circuit, which is the Circuit outside the dotted rectangle, is not affected →
المستطيل المنقط

→ by this transformation, because this external Circuit Sees the same Voltage between ①, ② and
ترى

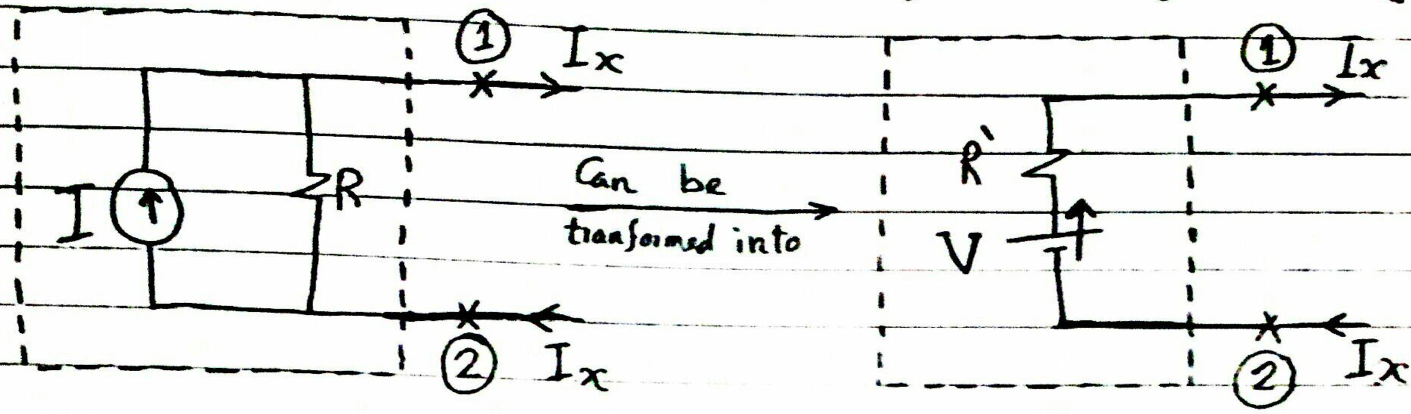
Sees the same Current flowing from ① and flowing into ② which is labelled $\boxed{I_x}$ in the 2 figures.

④ to determine the direction of the Current Source, draw a small arrow in the VS, from the (−) to the (+), as shown in the Left figure. and put direction of the CS in the same direction of this small arrow.

* this small arrow is the direction of the Current in the VS when the VS is discharging, and is called direction of the EMF of the Battery (VS).
تفرغ

EMF ≡ Electric Motive Force ≡ القوة الدافعة الكهربية

② transform Current Source (CS) into Voltage Source (VS)



where, $V = IR$, $R' = R$

notes :-

① Same as ① in Page 5

② Condition of transforming CS into VS :-

" There <u>must</u> be a <u>resistance</u> <u>parallel</u> to the CS "

this parallel resistance may be either :-

a - internal resistance of the CS. مقاومة داخلية لل CS
<u>OR</u> b - external " which we put intentionally, and the CS is Ideal.

* If you did not find a resistance parallel to the CS, then Don't try to transform the CS into VS.

(3) Same as (3) in P.6

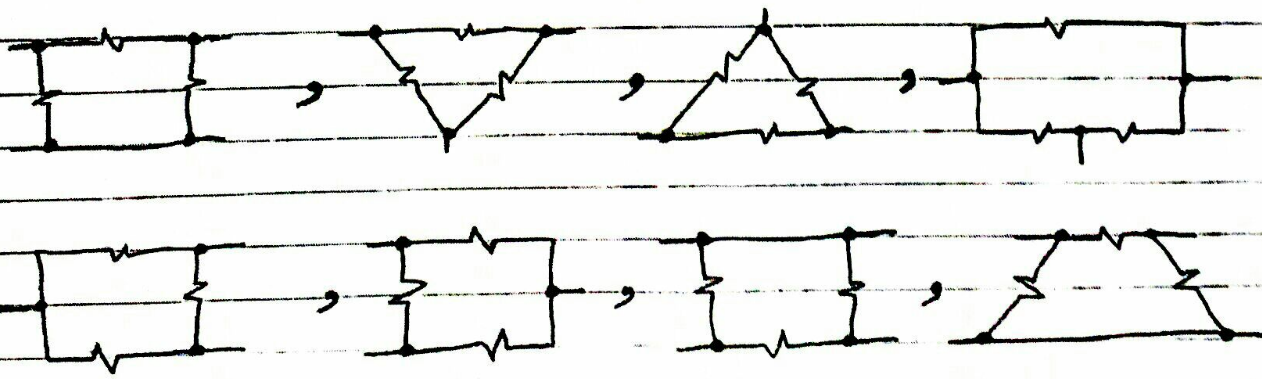
(4) put the polarity of the VS such that (بحيث) its small arrow [from (-) to (+)] is in the same direction of the CS.

C △ ⟷ Y transformation
(delta) (star)

---

* **definition of △ (delta) :-**

" Loop Consists of 3 Resistances only "



* All these 8 figures are examples for the delta (△) *

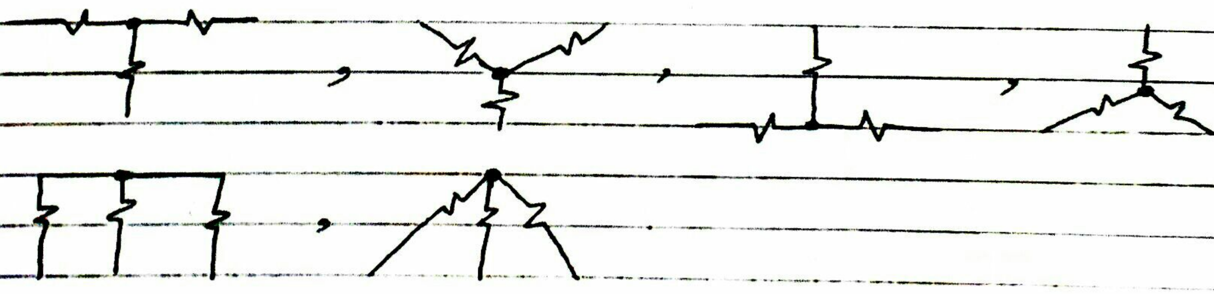
* any of these 8 figures Contains just 3 resistances, not more, not less, not other elements other than resistances.
غير

* you can see that non of these 3 resistances are series nor parallel, so we Can not simplify them with our Knoulege up to now. But this Third technique ($\Delta \rightleftarrows Y$) will help us to simplify them.

* definition of Star (Y) :-

" Node with just 3 resistances out of it "

هي node يخرج منها ٣ مقاومات ليس أكثر وليس أقل
وليس أي حاجة غير المقاومات.



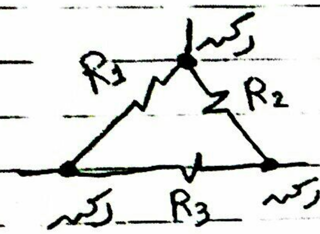
* All these figures are examples of "Star" (Y) *

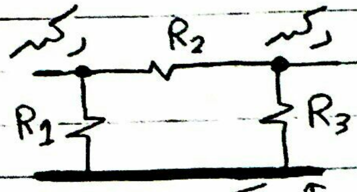
Now, we will learn how to transform from Δ to Y and from Y to Δ. But one can say that by this transformation, we don't reduce # of elements, so what is the benefit?
the benefit is that by this transformation we can find - after transformation - series or parallel resistances appear after transformation, so we can replace them by their equivalent resistance, and so, we Simplified the Circuit.

① transformation of Δ into Y :-

① حدد أركان الـ Δ الثلاث.

ركن الـ Δ هو :- نقطة اتصال مقاومتين.



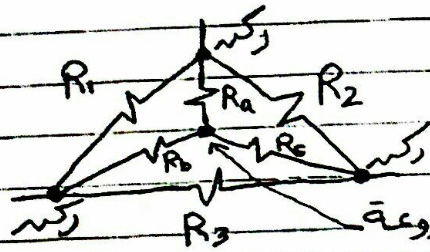


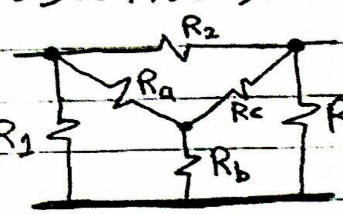
ركن

كل هذا الخط السميك هو نقطة واحدة لأن كل النقط فيه لها نفس الجهد

② ازرع نقطة في وسط هذه الـ Δ ثم :-

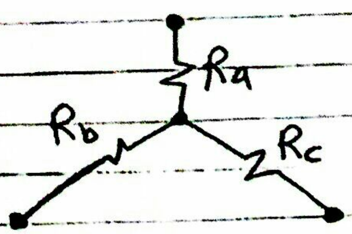
ضع مقاومة بين هذه النقطة المزروعة وبين كل ركن من الأركان الثلاثة.

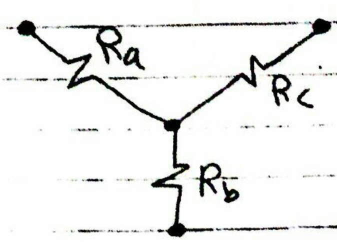




$$\boxed{R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2+R_3} \;,\; R_b = \frac{R_1 R_3}{R_1+R_2+R_3} \;,\; R_c = \frac{R_2 R_3}{R_1+R_2+R_3}}$$

③ شيل R_1 و R_2 و R_3 من الرسمة.





لاحظ عند التحويل من Δ إلى Y :-

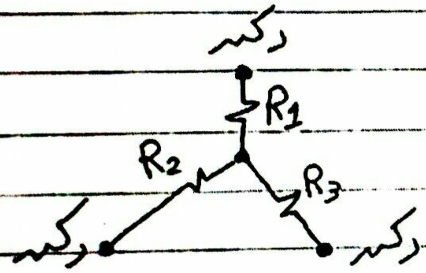
① ضاعت الـ 3 branches بتوع R_1 , R_2 , R_3 .

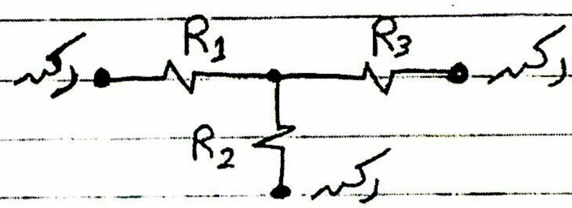
② لم تضيع الأركان الثلاثة [الـ 3 nodes]

② transformation from Y to Δ :-

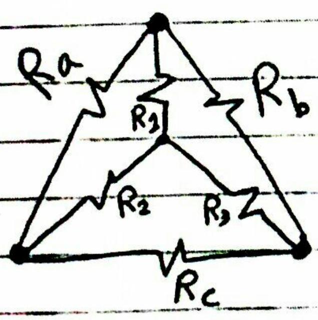
① حدد أركان الـ Y الثلاث .

أركان الـ Y هي :- أطراف المقاومات الثلاث غير الـ node التي في المنتصف .



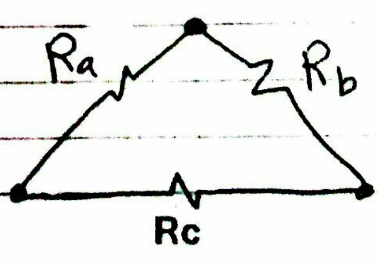


② وصل مقاومة بين كل ركنين .



$$\boxed{\begin{aligned} R_a &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_b &= R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2} \\ R_c &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \end{aligned}}$$

③ شيل R_1 , R_2 , R_3 .



$\boxed{P.12}$ لاحظ عند التحويل من Y لـ Δ :

① ضاعت الـ node الوسطى.

② لم تضيع الأركان الثلاثة للـ Y [الـ $\boxed{\text{3 nodes}}$]

③ أركان الـ Y التي حوّلناها هي نفسها

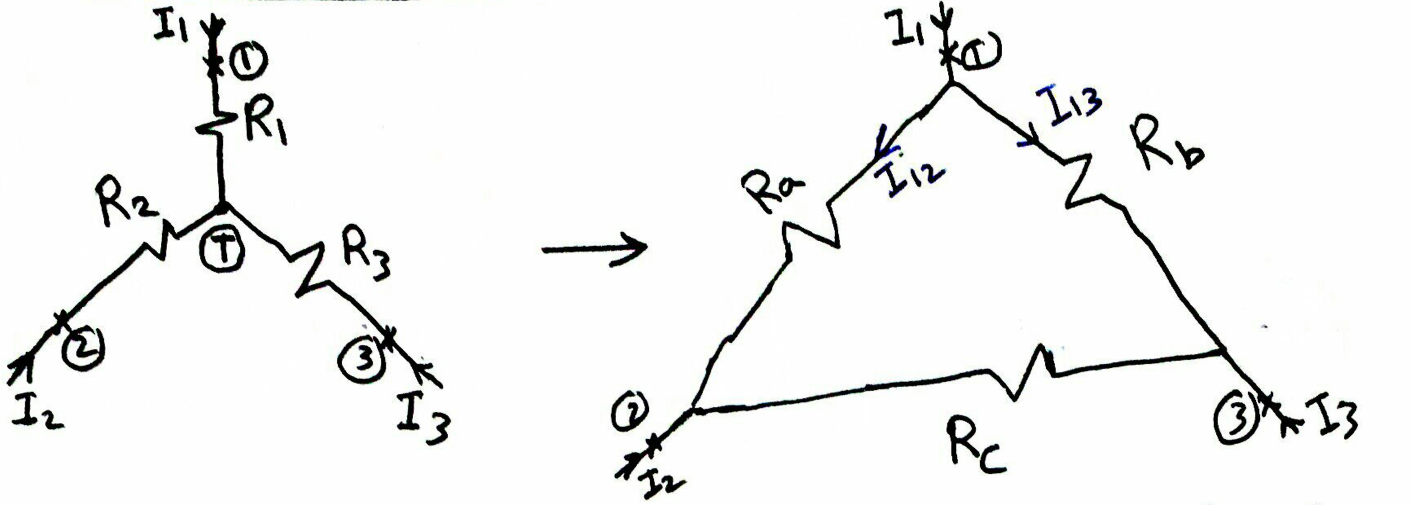
أركان الـ Δ التي حوّلنا إليها.

وأيضاً عند التحويل من Δ إلى Y تكون أركان الـ Δ المحوّلة

هي نفسها أركان الـ Y المحوّل إليها.

Proof of Δ-Y transformation

I Star (Y) to Delta (Δ) proof



I_1 in both configurations is the same.

$$I_1\big)_Y = \frac{V_1 - V_T}{R_1} \quad , \quad I_1\big)_\Delta = I_{12} + I_{13} = \frac{V_{12}}{R_a} + \frac{V_{13}}{R_b}$$

$$\boxed{I_1\big)_Y = I_1\big)_\Delta}$$

$$\frac{V_1 - V_T}{R_1} = \frac{V_{12}}{R_a} + \frac{V_{13}}{R_b} \rightarrow \text{Get } V_T \text{ in terms of } V_1, V_2, V_3$$

KCL @ T $\Rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{V_1 - V_T}{R_1} + \frac{V_2 - V_T}{R_2} + \frac{V_3 - V_T}{R_3} = 0$

$$V_T = \frac{V_1/R_1 + V_2/R_2 + V_3/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

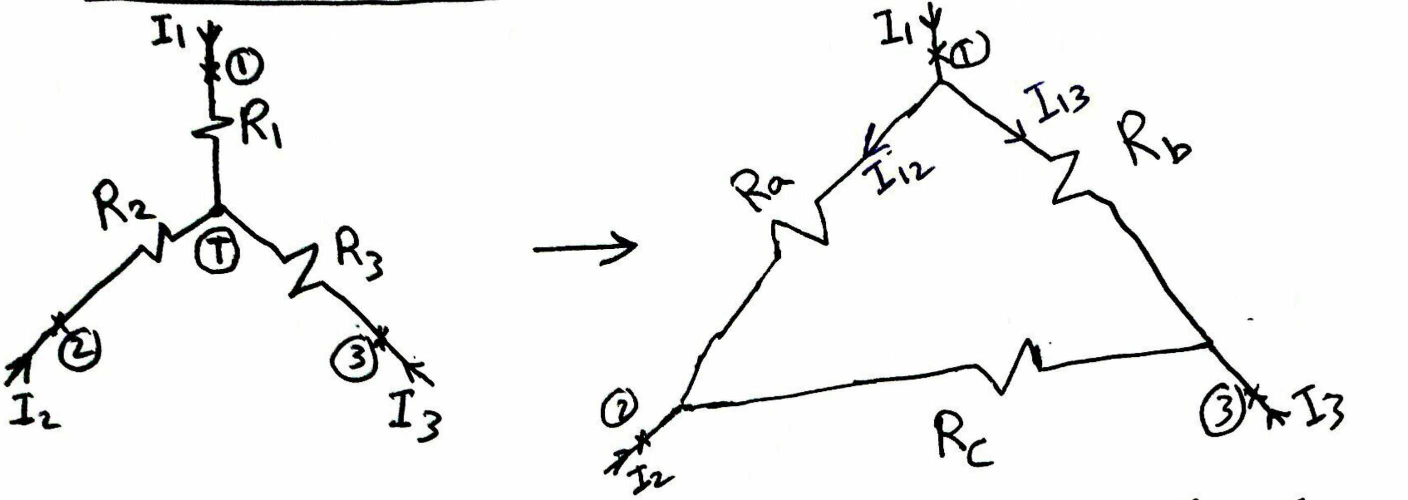
$$I_1 = \frac{V_1 - V_T}{R_1} = \frac{(V_1 - V_2)/R_2 + (V_1 - V_3)/R_3}{R_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)} = \frac{\frac{V_{12}}{R_1 R_2} + \frac{V_{13}}{R_1 R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \equiv \frac{V_{12}}{R_a} + \frac{V_{13}}{R_b}$$

Equate Coeffs of V_{12} & V_{13} $\Rightarrow \boxed{R_a = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}}$ $\boxed{R_b = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}}$

Do the same for I_2 or I_3 to get R_c

Proof of Δ-Y transformation

1 Star (Y) to Delta (Δ) proof



I_1 in both configurations is the same.

$$I_1\Big)_Y = \frac{V_1 - V_T}{R_1} \quad , \quad I_1\Big)_\Delta = I_{12} + I_{13} = \frac{V_{12}}{R_a} + \frac{V_{13}}{R_b}$$

$$\boxed{I_1\Big)_Y = I_1\Big)_\Delta}$$

$$\frac{V_1 - V_T}{R_1} = \frac{V_{12}}{R_a} + \frac{V_{13}}{R_b} \rightarrow \text{Get } V_T \text{ in terms of } V_1, V_2, V_3$$

KCL @ T $\Rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{V_1 - V_T}{R_1} + \frac{V_2 - V_T}{R_2} + \frac{V_3 - V_T}{R_3} = 0$

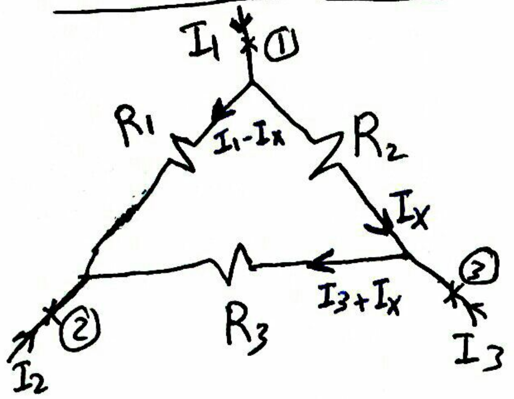
$$V_T = \frac{V_1/R_1 + V_2/R_2 + V_3/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_T}{R_1} = \frac{(V_1 - V_2)/R_2 + (V_1 - V_3)/R_3}{R_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)} = \frac{\frac{V_{12}}{R_1R_2} + \frac{V_{13}}{R_1R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{V_{12}}{R_a} + \frac{V_{13}}{R_b}$$

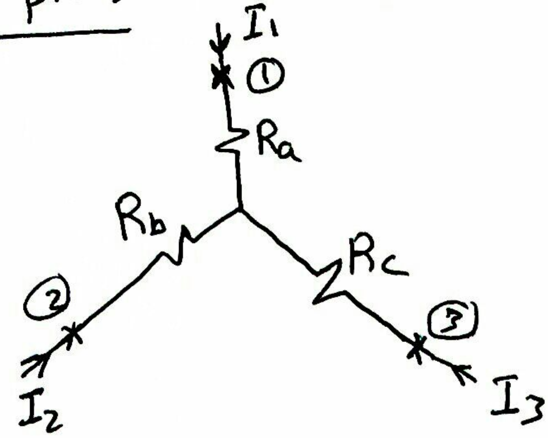
Equate Coeffs of V_{12} & V_{13} $\Rightarrow \boxed{R_a = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}}$ $\boxed{R_b = R_1 + R_3 + \frac{R_1R_3}{R_2}}$

Do the same for I_2 or I_3 to get R_c

2 Delta (Δ) to Star (Y) proof



$\longrightarrow$



V_{12} in both Configuarations is the same.

$$V_{12})_\Delta = (I_1 - I_x) R_1 \quad , \quad V_{12})_Y = I_1 R_a - I_2 R_b$$

$$V_{12})_\Delta = V_{12})_Y$$

→ To get I_x in terms of I_1, I_2, I_3, we write KVL @ the Delta Loop:

$$V_{13} + V_{32} + V_{21} = 0$$

$$I_x R_2 + (I_3 + I_x) R_3 - (I_1 - I_x) R_1 = 0$$

$$I_x = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} I_1 - \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I_3$$

$$V_{12})_\Delta = \frac{(R_2 + R_3) R_1}{R_1 + R_2 + R_3} I_1 + \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} I_3 \Rightarrow 1$$

$V_{12})_Y = I_1 R_a - I_2 R_b$ but $I_1 + I_2 + I_3 = 0 \rightarrow I_2 = -I_1 - I_3$

$$V_{12})_Y = (R_a + R_b) I_1 + R_b I_3 \Rightarrow 2$$

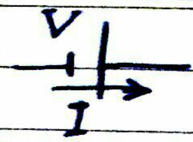
Equate Coeffs of I_1 & I_3 in 1 & 2 $\Rightarrow$ $R_b = \dfrac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$

$R_a = \dfrac{R_2 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$

$\boxed{\text{Do the same for } V_{13} \text{ or } V_{23} \text{ to get } R_c}$

Circuits 3

* Power of a Battery (Voltage Source) :-

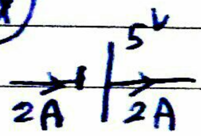


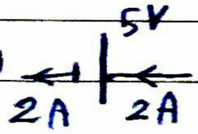
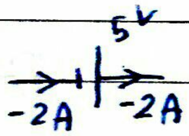
① قم بإيجاد التيار الذى يمر فى البطارية فى الاتجاه الموضح بالرسم (من الطرف الـ ⊖ إلى الطرف الـ ⊕)

② قم بضرب هذا التيار بإشارته فى V.

$$\boxed{P_{\text{supplied by } V} = V * I}$$

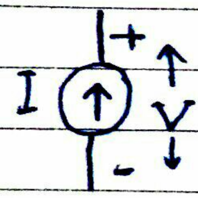
Ex

①  ⟹ Power supplied by $5^V = 5^V * 2A = 10$ watt.

②  =  ⟹ Power supplied by $5^V = 5^V * -2A = -10$ watt.

here, the Battery 5^V, dissipates (تستهلك) 10 watt, because it is charging (تشحن).

* Power of Current Source :-



① ضع (+) عند رأس السهم و (-) عند ذيل السهم، واحسب فرق الجهد V عن طريق أخذ مسار فى بقية الدائرة، يخرج من الـ(+) ويدخل فى الـ(-).

② قم بضرب هذا الـ V [المحسوب فى ①] بإشارته فى I.

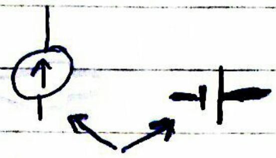
$$P_{\text{supplied by } I} = V * I$$

P.2 * لو كانت V [بهذه الـ polarity الموضحة] موجبة، فهذا يعني أن النقطة التي عند رأس السهم أعلى جهداً من النقطة عند ذيل السهم. مما يعني أن الـ Current Source يقوم بانتزاع الشحنات الموجبة من الـ (-) إلى الـ (+) وهذا يخالف طبيعة الشحنات الموجبة التي تفضل الطرف الـ (-) وترفض (تتنافر مع) الطرف الـ (+)، لذلك في هذه الحالة يقوم الـ Current source ببذل مجهود (Supplies power) للقيام بهذه المهمة [انتزاع الشحنات الموجبة من الطرف الـ (-) إلى الطرف الـ (+)] لذلك تكون الـ Power supplied موجبة.

* أما لو كانت V [بهذه الـ polarity الموضحة] سالبة، فهذا يعني أن الـ Current source يسحب الشحنات الموجبة من الطرف الأعلى جهداً إلى الطرف الأقل جهداً وكان أصلاً هذه هي طبيعة الشحنات الموجبة التي تتنافر مع الطرف الأعلى جهداً (+) وتتجاذب مع الطرف الأقل جهداً (-). لذلك الـ Current source لا يحتاج لبذل أي مجهود لذلك تكون الـ power supplied بالـ -ve (سالبة). وهذا يظهر من وضع V بإشارته السالبة في القانون $P_{supplied} = VI$

* الخلاصة: لو الـ Current Source أو الـ Voltage source يقوم بنقل الشحنات على عكس إرادة الشحنات [الهروب من المماثل والتجاذب ناحية المختلف]، يبقى الـ Source بيبذل طاقة [بيعمل حاجة عكس الطبيعي] ← Power supplied ← موجبة.
أما لو بينقل الشحنات في نفس الاتجاه الذي تفضله الشحنات فهو لا يبذل power، يبقى الـ power supplied ← سالبة [لا توجد طاقة مبذولة].

Power balance



$\sum$ Power supplied by all Sources

$= \sum$ Power dissipated by all Resistors

$P_{\text{dissipated in } R} = I^2 R = \frac{V^2}{R}$, where, $V \rightarrow$ Voltage across R
$I \rightarrow$ Current in R.

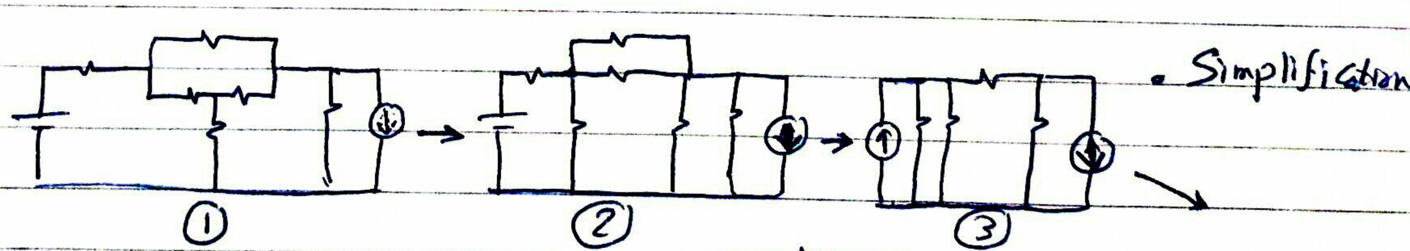
موجبة

* The elements of RHS (Power dissipated) are always positive

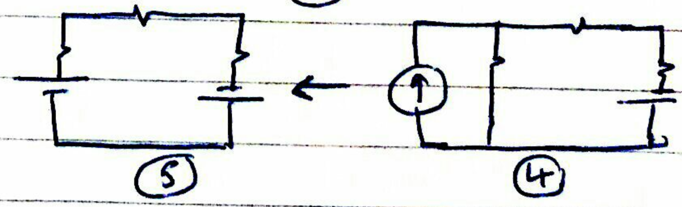
But The ~ ~ LHS (~ supplied) may be positive and may be negative.

* الـ power balance تعمل كـ check على حلك.
* ~ ~ ~ ~ على الدائرة الأصلية اللي معطاه
لك في المسألة، وليس على الدائرة التي نتجت من عمل

Ex.:

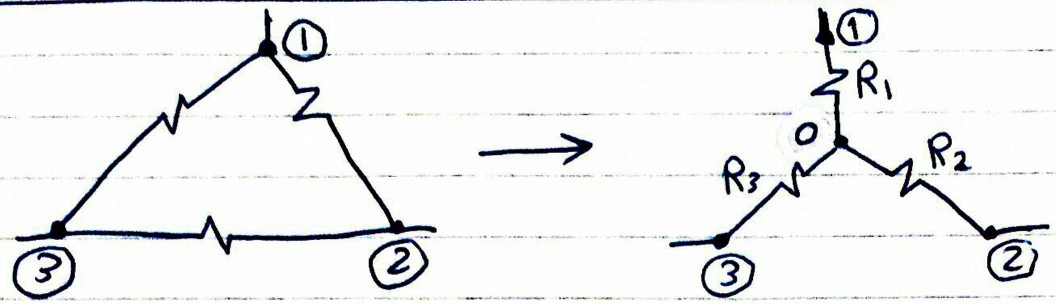


*Power balance check is
→ done for Circuit 1 (original circuit).



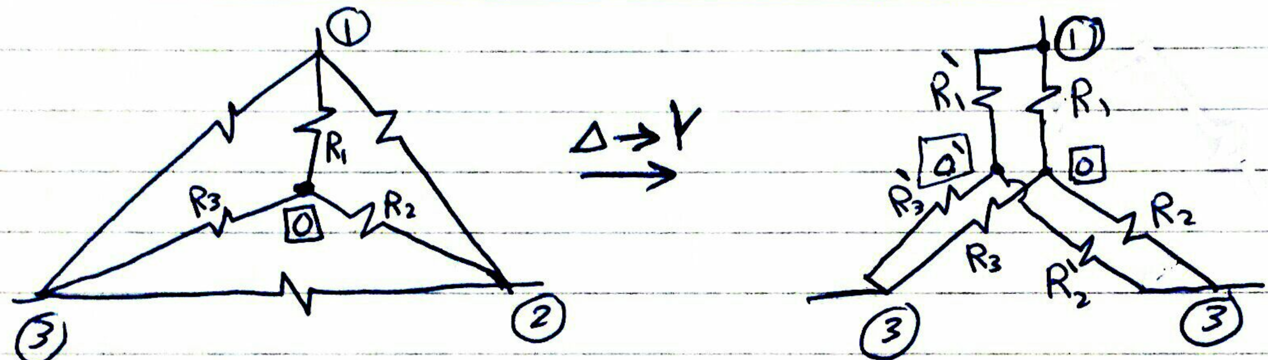
ولكن لو جربت تعمل هذا الـ check على دائرة 2 ← 5 هيطلع مظبوط
ولكن عندما يطلب هذا الـ check يقصد به أن يعمل على دائرة 1 (الأصلية)

* note about $\Delta \rightleftarrows Y$ transformation :-



Voltage of star point $\equiv V_o = \dfrac{G_1V_1 + G_2V_2 + G_3V_3}{G_1 + G_2 + G_3}$

$G_1 = \dfrac{1}{R_1}$, $G_2 = \dfrac{1}{R_2}$, $G_3 = \dfrac{1}{R_3}$



عند التحويل من الـ Δ الخارجية إلى star ، نضع نقطة داخل هذه الـ Δ ولا يشترط أن تكون هذه النقطة o' منطبقة على النقطة o بتاعة الـ Y الموجودة أصلاً داخل الـ Δ .

ولا يحق لنا أن نصل بين النقطتين o و o' إلا إذا كان لهما نفس الجهد.

$$V_o = \frac{G_1V_1 + G_2V_2 + G_3V_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$V_o' = \frac{G_1'V_1 + G_2'V_2 + G_3'V_3}{G_1' + G_2' + G_3'} \; ; \; G_1' = \frac{1}{R_1'} , \; G_2' = \frac{1}{R_2'} , \; G_3' = \frac{1}{R_3'}$$

for $V_o = V_o'$:- $\boxed{\dfrac{G_1}{\Sigma G} = \dfrac{G_1'}{\Sigma G'} , \dfrac{G_2}{\Sigma G} = \dfrac{G_2'}{\Sigma G'} , \dfrac{G_3}{\Sigma G} = \dfrac{G_3'}{\Sigma G'}}$

$\boxed{P.5}$

يعني علشان V_o تساوي V_o' ، لابد من تحقق هذه الشروط الثلاث :-

$$\frac{G_1}{\Sigma G} = \frac{G_1'}{\Sigma G'} \quad , \quad \frac{G_2}{\Sigma G} = \frac{G_2'}{\Sigma G'} \quad , \quad \frac{G_3}{\Sigma G} = \frac{G_3'}{\Sigma G'}$$

$\downarrow$ equivalent to $\qquad \downarrow$ equivalent to $\qquad \downarrow$ equivalent to

$$\frac{G_1}{G_1'} = \frac{\Sigma G}{\Sigma G'} \quad , \quad \frac{G_2}{G_2'} = \frac{\Sigma G}{\Sigma G'} \quad , \quad \frac{G_3}{G_3'} = \frac{\Sigma G}{\Sigma G'}$$

Equivalent to

$$\boxed{\frac{G_1}{G_1'} = \frac{G_2}{G_2'} = \frac{G_3}{G_3'}}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\frac{R_1'}{R_1} = \frac{R_2'}{R_2} = \frac{R_3'}{R_3}} \rightarrow \text{The Condition.}$$

$$\downarrow$$

The Condition for $V_o = V_o'$, so, The Condition for Coincidence (انطباق) of $\boxed{O}$, $\boxed{O'}$

$R_1, R_2, R_3 \rightarrow$ Resistors of star (O) *

$R_1', R_2', R_3' \rightarrow$ " " star (O')

* لو لم يتحقق هذا الشرط لن تنطبق الـ 2 star points وبالتالي المسألة هتتعقد منك، لذلك لو لم يتحقق الشرط، لا تحول الـ Δ الخارجية إلى star، لكن قم بتحويل الـ Y الداخلية إلى Δ تنطبق على الـ Δ الخارجية الموجودة أصلاً بدون أي شروط.